

«سر فصل درسا»

بیانترک ۴ نمره

بیانترک ۱۴ نمره

حل تمرین ۷ نمره

۱. گراف های شبیه و مقید تلگان

۲. تجزیه تحلیل گره (به صورت ماتریسی)

۳. تجزیه تحلیل مشا (به صورت ماتریسی)

۴. تجزیه تحلیل حلقه های اساسی (به صورت ماتریسی)

۵. تجزیه تحلیل حالت است اساسی (به صورت ماتریسی)

۶. مفهومی دو حال

۷. مهارت های حالت

۸. تبدیل لاپلاس و کاربرد های آن در حل مسائل مدار

۱. تابع شبیه

۱۰. «مقیاس ها»

۱۱. مقیاس های شبیه

۱۲. فرکانس های طبیعی

۱۳. نکات تکمیلی

در جمع مدار های انرژی «سور (جبر دار)

علت تحلیل های درسا مدار های انرژی ۲ :

همانطور که می دانیم شبیه های بزرگ مدار ها اند شبیه های انتقال نیرو در برق های مطلق های و شرایط های توزیع

شبیه های بسیار بزرگی هستند و همان و تجهیزات بسیار زیادی در این شبیه ها نصب شده است

تا می این تجهیزات و همان ها به صورت ترکیبی از RLC مدل می شوند

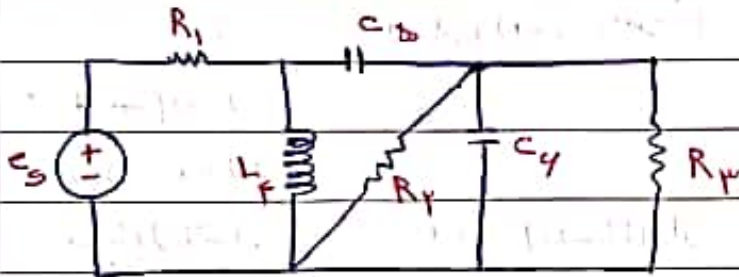
بنابراین در این شبیه های بزرگ ما با تعداد بسیار زیادی از تجهیزات روبرو هستیم که مدارات RLC را به صورت

سری و موازی تشکیل داده اند.

لراف های شلیم و مقنیر تللمان :

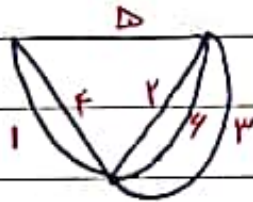
لراف شلیم : لراف شلیم تشکیل شده از یک تعداد مقنیر (لره) و چند حلقه (شاخه) به این صورت که می توان اجزاء مدار را حذف کرد و به جای آنها حلقه گذاشت

مثال: لراف شلیمی N را رسم کنید

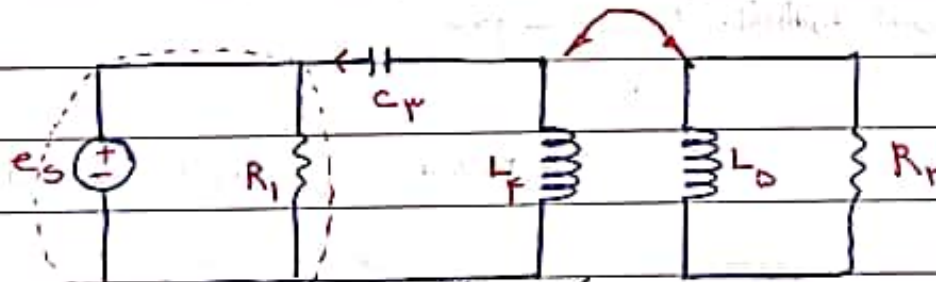


شلیمی N

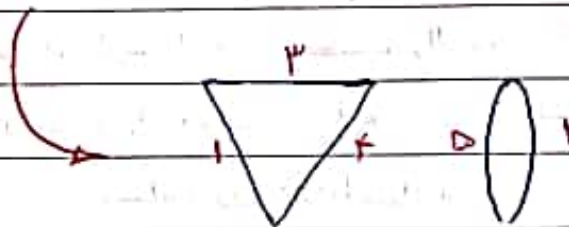
لراف شلیمی N



مثال:



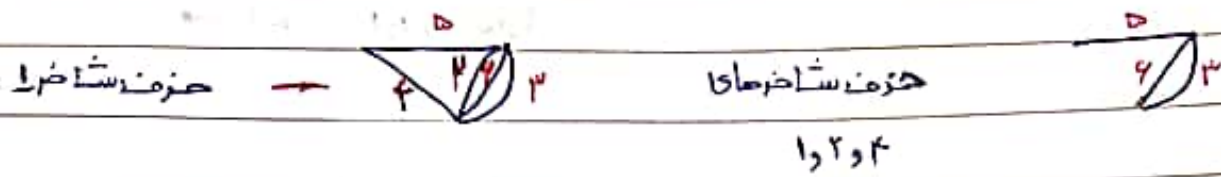
نمای شاخه در لراف رسم می شود



نکته: در لراف شلیم سلف های نزدیک به هم قرار می گیرند

زیر لراف:

با حذف هر شاخه از لراف اصلی یک زیر لراف خواهیم داشت. گراف های زیر، زیر لراف مثال اول است.



زیر لراف سوره:

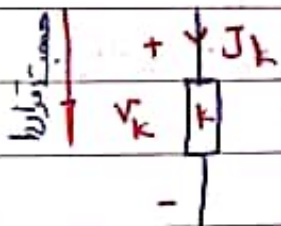
زیر لراف که تنها از یک نقطه تشکیل شده است.

لراف حجت دار:

چنانچه جریان شاخه را به لراف منتقل کنیم به آن لراف حجت داری خواهیم.

حجت قرار دادن شاخه:

جریان از سویی که وارد شود به آن سمت را + فرض می کنیم

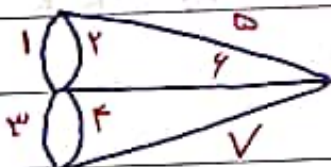


تعریف دقیقاً حالت است: ۱ شرط دارد:

۱. حذف تمام آن دسته شاخه از لراف و لراف را به ۲ جزء مجزا تقسیم کند

۲. هر بار حذف تمام آن دسته شاخه به جز یکی از آن شاخه های لراف بوسیله به جای قرار دهد.

مثال: لراف زیر را در نظر بگیرید

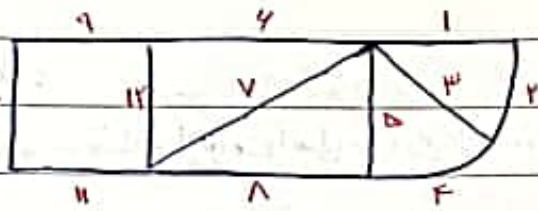


حجت: ۳، ۴ و ۵ و ۶

سسته: ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷

بسیار از ۲ جزء شده

مثال:

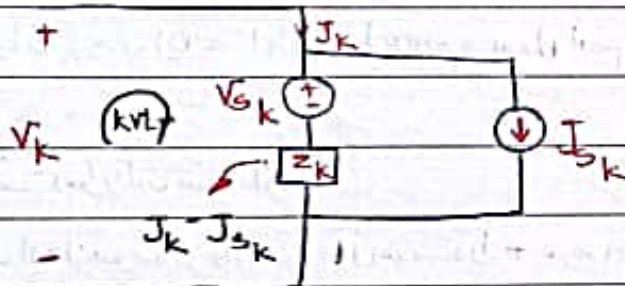
حسبست $\rightarrow$ 4 و 7 و 5 و 4فست $\rightarrow$ 4 و 7 و 8 و 4

شرط 1 نقصا شده

لراند بیوسته: گرافیک از یک جزء تشکیل شده است

لراند نایبوسته: گرافیک که حداقل از 2 جزء مجزا تشکیل شده باشد

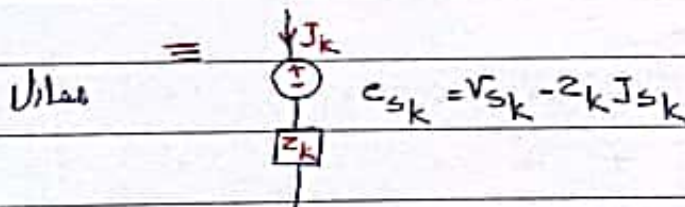
معرفی شاخه ها نمود:



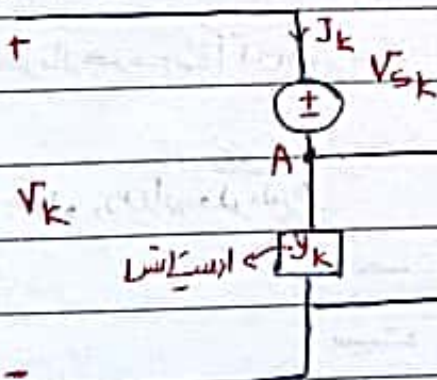
$$KVL: V_k = V_{sk} + Z_k (J_k - J_{sk})$$

$$V_k = V_{sk} + Z_k J_k - Z_k J_{sk}$$

$$\rightarrow V_k = (V_{sk} - Z_k J_{sk}) + Z_k J_k$$



$$C_{sk} = V_{sk} - Z_k J_{sk}$$



$$A. KCL: J_k = J_{sk} + Y_k (V_k - V_{sk})$$

$$J_k = J_{sk} + Y_k V_k - Y_k V_{sk}$$

$$J_k = (J_{sk} - Y_k V_{sk}) + Y_k V_k$$

معادل منبع جریان



$$J_{sk} - Y_k V_{sk}$$

در ادبیات چهار روش کلی گره، شاخ، حلقه است اساسی از حلقه‌های اساسی بی‌نیازی شود.

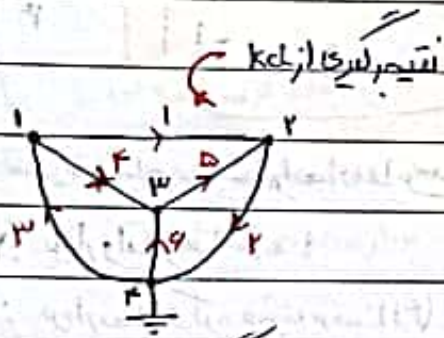
هر کدام از این روش‌های کلی در روش مطرح می‌شود

۱. روش منتظم که اساساً تحلیل توسط تکرار افزایشی باشد

۲. روش نقلی که برای استفاده‌های ابوابی اساسی مطرح می‌شود

تجزیه و تحلیل مدار بر روش گره:

۱. روش منتظم



۱. برای گره ۱: $I_1 + I_4 - I_5 = 0$

۲. برای گره ۲: $I_2 + I_5 - I_4 = 0$

۳. برای گره ۳: $I_3 + I_6 - I_5 = 0$

۴. نقلی گره و شاخ داریم

همه معادله حلقه مستقل (در هر یک از معادلات تغییر وجود دارد) در بقیه معادلات وجود ندارد

در این معادله اطلاعات جدیدی دریافت

۴. برای گره ۴: $-I_1 + I_2 + I_3 = 0$

۴ معادله‌ای بالا به فرم ماتریسی:

I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6
1	0	-1	1	0	0
-1	1	0	0	-1	0
0	0	0	-1	1	-1
0	0	0	0	0	0

$A \cdot J = 0$

گره با شاخ (با حذف شاخ‌های گره منتظم شده)

بدون جریان شاخ‌ها

$A: n \times B$ شاخ

جریان شاخ J	ولتاژ شاخ V
جریان حلقه I	ولتاژ گره E

$$V_1 = E_1 - E_2$$

$$V_2 = E_2 - 0 = E_2$$

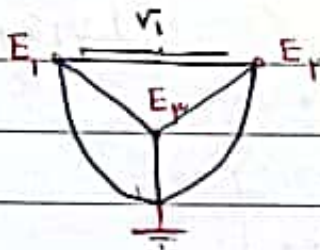
$$V_3 = 0 - E_1 = -E_1$$

$$V_4 = E_1 - E_3$$

$$V_5 = E_3 - E_2$$

$$V_6 = 0 - E_3 = -E_3$$

V_1	1	-1	0	E_1
V_2	0	1	0	E_2
V_3	-1	0	0	E_1
V_4	1	0	-1	E_3
V_5	0	-1	1	E_3
V_6	0	0	-1	E_3



توان معادله

حاجات سلول و ستون با هم عوض شده و ترانزسپوز شده

$$V = A^T \cdot E$$

V: بردار ولتاژ شاخه ها

E: بردار نقاط گره نسبت به زمین (۴)

نحوه ی بدست آوردن A ماتریس تلافی شاخه ها گره:

b: تعداد شاخه ها

$$A = \begin{bmatrix} \alpha_{ik} \end{bmatrix}_{n \times b} \quad \left\{ \begin{array}{l} n: \text{تعداد گره} \end{array} \right.$$

$$\alpha_{ik} = \begin{cases} +1 & \text{اگر شاخه k از گره i خارج شده} \\ -1 & \text{اگر شاخه k به گره i وارد شده} \\ 0 & \text{اگر شاخه k با گره i تلافی نداشته باشد} \end{cases}$$

جمع منبع با بحث (در نظر گرفتن شاخه ها نمونه و بدست آوردن معادلات گره)

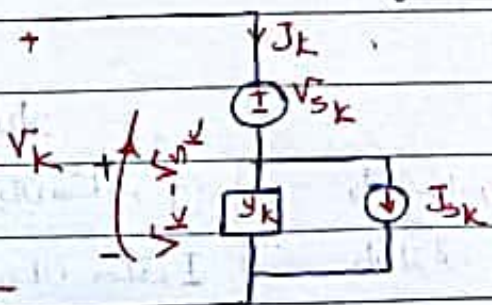
KCL برای گره k:

$$J_k = J_{sk} + Y_k (V_k - V_{sk})$$

بردار منابع ولتاژ شاخه ها: بردار ولتاژ شاخه ها
بردار منابع جریان شاخه ها: بردار جریان شاخه ها

$$J = J_s + Y \cdot V - Y \cdot V_s$$

ماتریس Y: ماتریس شاخه ها بردار منابع جریان شاخه ها



حرفین را به عبارات در ماتریس A منویج کنیم $\rightarrow A J_s = A \cdot J_s + A y_b \cdot V_s - A y_b V_s$
 $\rightarrow A^T \cdot E$

$$\rightarrow A y_b A^T \cdot E = A y_b V_s - A J_s$$

$$Y_n \cdot E = I_s$$

$$\rightarrow Y_n \cdot E = I_s$$

Y_n : ماتریس ادیتانسها گره

E : بردار ولتاژ گره نسبت به پیرا

I_s : بردار منابع جریان گره

$$Y_n = A \cdot y_b \cdot A^T$$

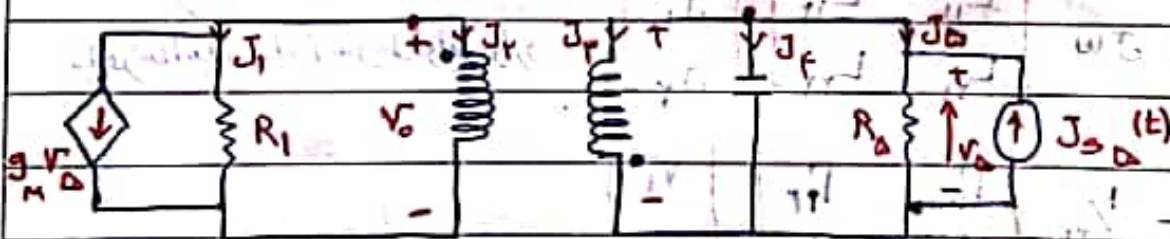
$$I_s = A \cdot y_b \cdot V_s - A J_s$$

$$V_s \rightarrow$$

$$I_s = -A J_s$$

اگر تمامی منابع ولتاژ و یا جریان تبدیل کنیم آنرا به

مثال: شبیه سازی در حالت داینامی سیموس است معادلات گره تعبیر را از روش منظم بردار است آورده:

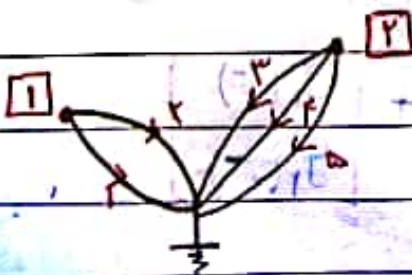


$$R_1 = R_b = 1 \Omega$$

$$L_1 = 1 \text{ H}$$

$$L_2 = 1 \text{ mH} = 1 \text{ H}$$

$$C_1 = 1 \text{ F}, g_m = 1, J_b(t) = I_m \cos \omega t$$



1. اولین کار، لیست کردن اجزا

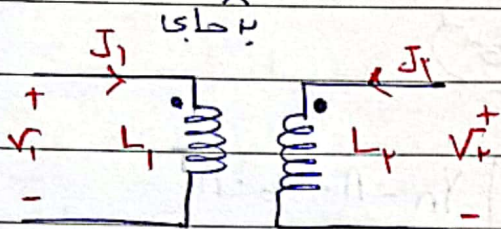
2. کار بعدی برداشتن ماتریس مختصر شده

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

شماره شاخه

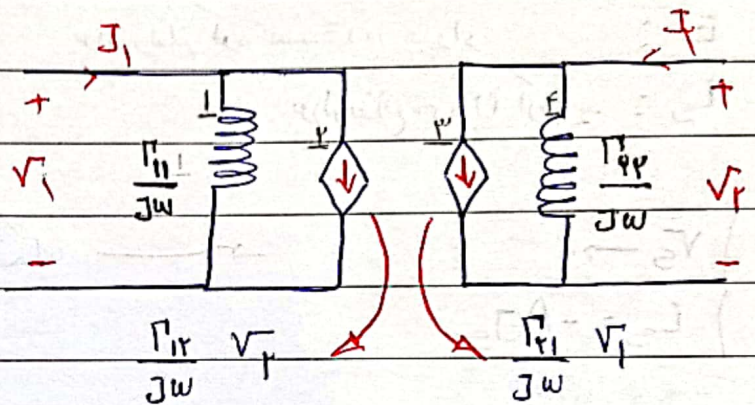
ماتریس تلافی گره با شاخه

نکته: چنانچه در مسئله‌ای مورد نظر سلفهای تزویج وجود داشته باشد ابتدا باید سلفهای تزویج مدار معادل را قرار دهیم.



$$J_1 = \frac{1}{j\omega} \frac{V_1}{L_1} + \frac{1}{j\omega} \frac{V_2}{L_2}$$

$$J_2 = \frac{1}{j\omega} \frac{V_1}{L_1} + \frac{1}{j\omega} \frac{V_2}{L_2}$$



رابطه‌ای طی برای سلف $V = j\omega L I$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = j\omega \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix}$$

با فرض اینکه سلف شرط اولیه ندارد

$$\begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{j\omega} \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

اگر سلف شرط اولیه داشته باشد:

$$\begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J_1(0^-) \\ J_2(0^+) \end{bmatrix}$$

$$AY_b A^T =$$

$$0.1 + 1/933$$

$$1 + 1/933$$

$$I_s = -A J_s =$$

$$0$$

$$1/933$$

$$0.1 + 333 + 10/933$$

جواب نقی

$$Y_n \cdot E = I_s$$

$$0.1 + 1/933$$

$$1 + 1/933$$

$$E_1$$

$$0$$

$$1/933$$

$$0.1 + 333 + 10/933$$

$$E_2$$

$$54.0$$

طریقی به دست آوردن ماتریس معلوم:

$$A \rightarrow A^{-1} = N' / |A|$$

$$N' : \text{ترانسماده‌های ماتریس } N$$

$$n \rightarrow (-1)^{i+j} \text{ (لحاظ) } \rightarrow \text{حالات ماتریس } n$$

روش نقلی در حل لره:

این روش در هر مدار قابل پیاده سازی است فقط باید توجه نمود بسته به حالات و شرایط مدار نیاز به یک

سری اصلاحات در انتهای حل دارد به عنوان مثال چنانچه مدار ما منبع وابسته داشته باشد از اعتبار منبع وابسته مستقل

غرض از کرده مسئله حل می کنیم در انتهای منبع وابسته ادالتی داریم همچنین در مدارهای که سلف های توزیع وجود دارد

مدار همارال مربوط به سلف های توزیع از نظر گیریم مسئله را با این روش حل می کنیم.

$$Y_n \cdot E = I_s$$

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_n \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{s1} \\ I_{s2} \\ \vdots \\ I_{sn} \end{bmatrix}$$

Y_{ii} : مجموع جبراً مقادیر ادیتانس‌های شاخه‌های متصل به گره‌ی i

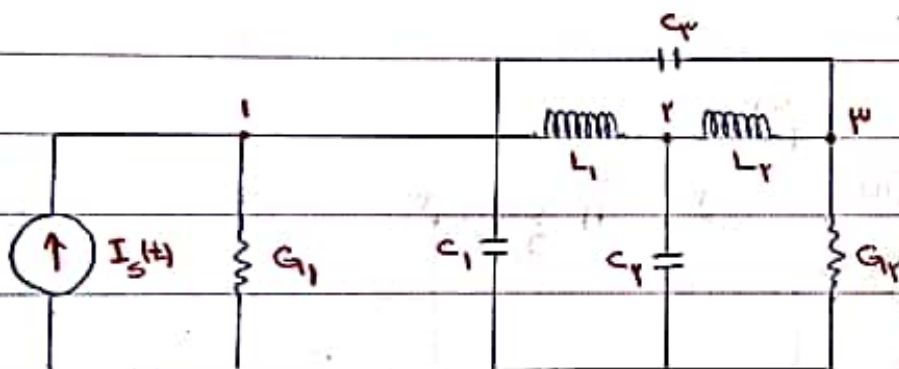
Y_{ik} : منفای مجموع جبراً مقادیر ادیتانس‌های شاخه‌های متصل به گره‌ی i و k

I_{ii} : مجموع جبراً مقادیر منابع جریان متصل به گره‌ی i

$\oplus$: حرکت منبع جریان به گره‌ی i نزدیک شود

$\ominus$: حرکت منبع جریان از گره‌ی i دور شود

مثال: معادلات گره‌ی این مدار را به صورت تفرقی (میان‌بر) بنویسید.



$$Y_R = 1/R = G$$

$$Y_C = j\omega C$$

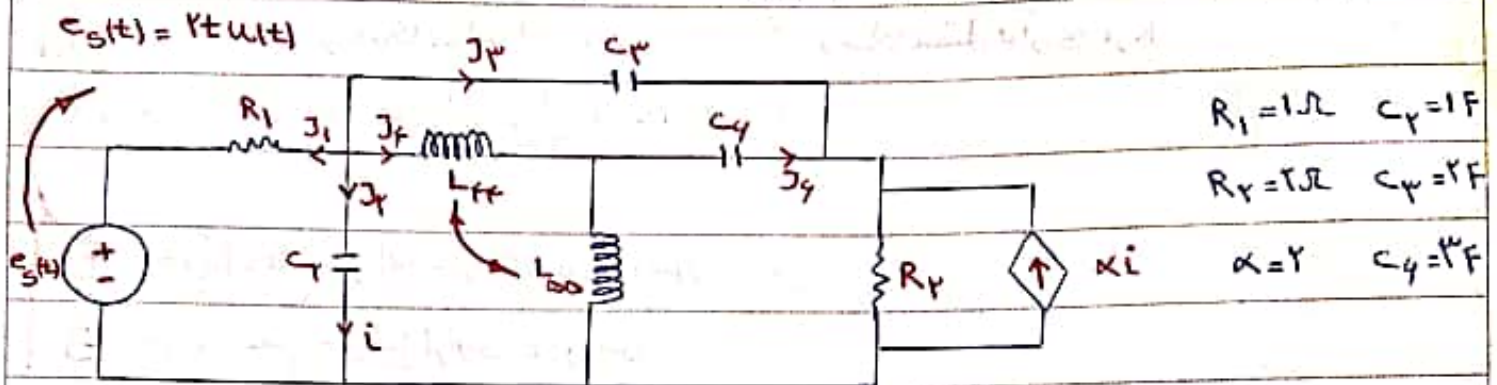
$$Y_L = 1/j\omega L = -j/\omega L$$

$$Y_n(j\omega) \cdot E = I_s$$

Y_{11}	Y_{12}	Y_{13}	E_1	I_{s1}
Y_{21}	Y_{22}	Y_{23}	E_2	I_{s2}
Y_{31}	Y_{32}	Y_{33}	E_3	I_{s3}

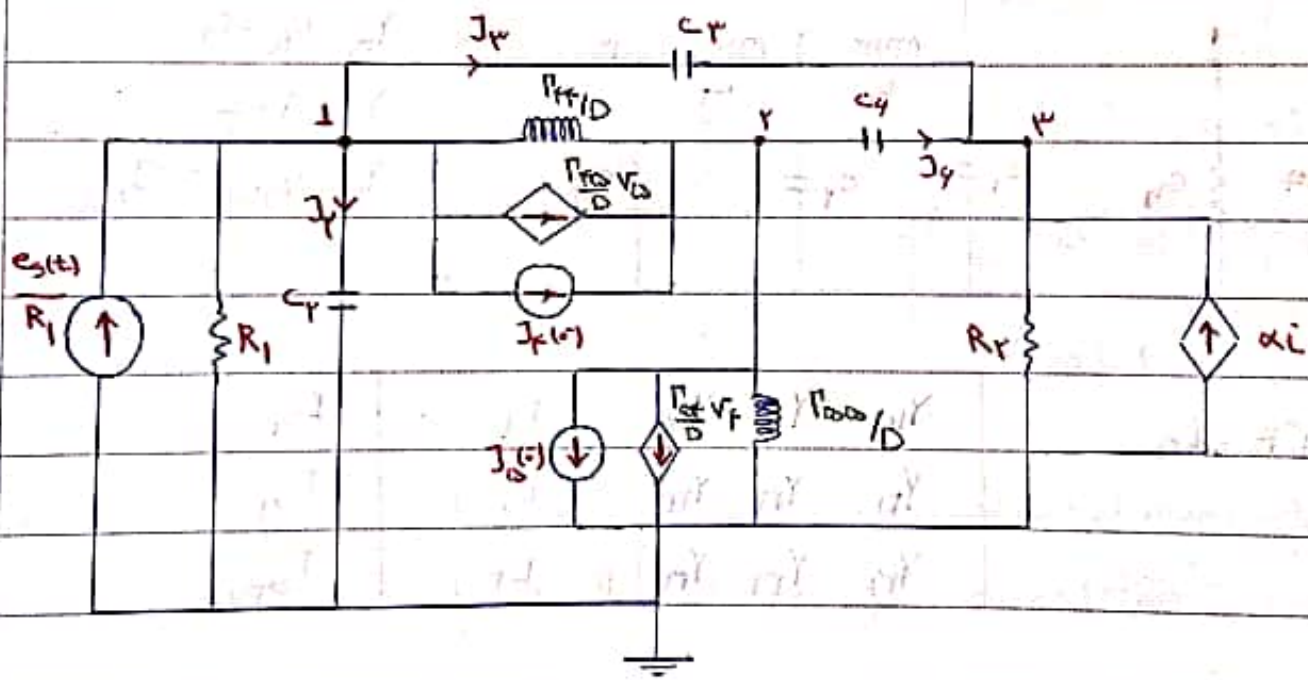
$G_1 + j\omega C_1 + j\omega C_3 - j/\omega L_1$	$-(-j/\omega L_1)$	$-j\omega C_3$	E_1	I_s
$-(-j/\omega L_1)$	$j\omega C_2 - j/\omega L_2 - j/\omega L_1$	$-(-j/\omega L_2)$	E_2	0
$-j\omega C_3$	$-(-j/\omega L_2)$	$G_2 + j\omega C_3 - j/\omega L_2$	E_3	0

مثال: معادلات انگرال ديفراسیونال گره در مدار شکل زیر را بدست آورید.



شرایط اولیه:

$$\left\{ \begin{array}{l} j_f(-) = 1 A, j_{\Delta}(-) = 2 A \\ V_{C_1}(-) = 1 V, V_{C_2}(-) = 2 V, V_{C_3}(-) = 2 V \end{array} \right.$$



$$Z_C = 1/j\omega C$$

$$Z_L = j\omega L$$

$$Z_C = 1/D_C$$

$$Z_L = D_L$$

$$Y_C = D_C$$

$$Y_L = 1/D_L$$

$$Z_L = D_L$$

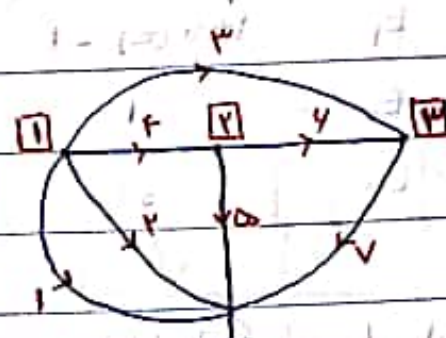
$1/R_1 + C_r D + C_p D + P_{ff/D}$	$-P_{ff/D} + P_{fbd/D}$	$-C_p D$	E_1
$-P_{ff/D} + P_{of/D}$	$C_p D + P_{fbd/D} + P_{ff/D}$	$-C_p D$	E_r
	$-P_{fbd/D} - P_{of/D}$		
$-C_p D - \alpha C_r D$	$-C_p D$	$1/R_r + C_p D + C_p D$	E_r

$$= \frac{est) 1/R_1 - P_{fbd/D} V_D - J_f(0)}{P_{fbd/D} V_D + J_f(0) - P_{of/D} V_f - J_D(0)}$$

$$\propto i$$

$\left\{ \begin{array}{l} V_D = E_r \\ V_f = E_1 - E_r \\ L = J_r = C_r D E_1 \end{array} \right.$	جایگزینی از	$est) 1/R_1 - P_{fbd/D} E_r - J_f(0)$
	ماتریس بالا	$P_{fbd/D} E_r + J_f(0) - J_D(0) - P_{of/D} E_1 + P_{ff/D}$
	(طرفه اول)	$\propto C_r D E_1$

نکته: شرایط اولیه سلفها (جریان سلفها) به مدار اعمال شود ولی شرایط اولیه خازن ها مطلقاً اعمال نشود در واقع در زمان حال این مدارات استقرال- دیفرانسیل شرایط اولیه خازن ها اعمال نمی گردد.

		حل از روش ماتریس:
$A_{XV} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$		
$A_{XV} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$		

نوشتن معادلات جریان شاخها:

$$I \quad J_1 = V_1/R_1 - C_1(t)/R_1$$

$$II \quad J_2 = C_2 D V_2$$

$$III \quad J_3 = C_3 D V_3$$

$$IV \quad J_4 = 1/D V_f + 1/D V_D + J_4(0^-)$$

$$V \quad J_D = 1/D V_f + 1/D V_D + J_D(0^-)$$

$$VI \quad J_4 = C_4 D V_4$$

$$VII \quad J_V = V_V/R_V - \alpha C_1 = V_V/R_V - \alpha C_2 D V_2$$

$$\begin{bmatrix} J_f \\ J_D \end{bmatrix} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_f \\ V_D \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J_f(0^-) \\ J_D(0^-) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \vdots \\ J_V \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1/R_1 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & C_2 D & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & C_2 D & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 1/D & 1/D \\ \dots & \dots & \dots & 1/D & 1/D \\ \dots & \dots & \dots & \dots & C_4 D \\ \dots & -\alpha C_2 D & \dots & \dots & 1/R_V \end{bmatrix}}_{Y_b} \underbrace{\begin{bmatrix} V \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}}_V + \underbrace{\begin{bmatrix} -C_1(t)/R_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ J_f(0^-) \\ J_D(0^-) \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}}_{J_s}$$

$$Y_n \cdot E = I_s$$

$$I_s = A Y_b V_s - A J_s \quad \text{چون منبع ولتاژ نداریم}$$

$$Y_n = A Y_b A^T$$

$$\begin{bmatrix} 1 + 3D + 1/D & -1/D & -2D \\ -1/D & 3D + 1/D & -3D \\ -4D & 1 - 3D & 5D + 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2t u(t) - 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$e_1(0^-) = V_{C_1}(0^-) = 1V$$

$$V_{C_3}(0^-) = e_1(0^-) - e_3(0^-) = 2$$

$$V_{C_4}(0^-) = e_1(0^-) - e_3(0^-) = 2$$

شرایط اولیه لازم برای حل معادلات:

روش‌ها :

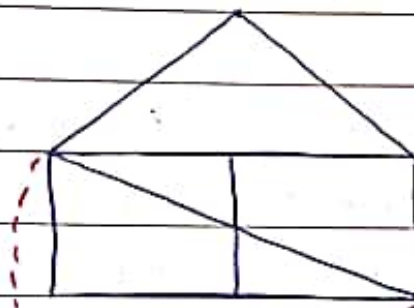
تعریف‌ها : هشتا درونی حلقه‌ای که در درون آن حلقه‌ای دیگر نباشد

تعریف‌ها : هشتا بیرونی حلقه‌ای که در خارج آن حلقه‌ای نباشد

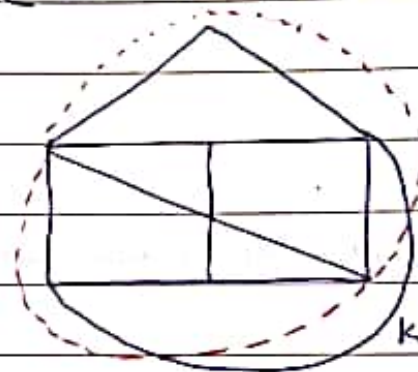
تعریف‌ها : لراف مسطح و غیر مسطح :

لراف مسطح : گرافی که آن را روی صفحه‌ای بتوان رسم کرد به طوری که هیچ دو شاخه‌ای جز در نقطه‌ای

از روی هم رد نشوند در غیر این صورت گراف غیر مسطح است



انتقال شاخه



لراف غیر مسطح

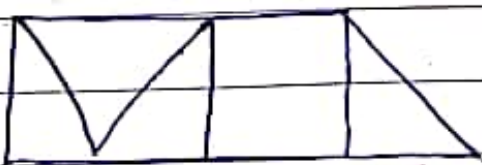
انتقال شاخه

تعریف‌ها : لراف لولادار و بدون لولا :

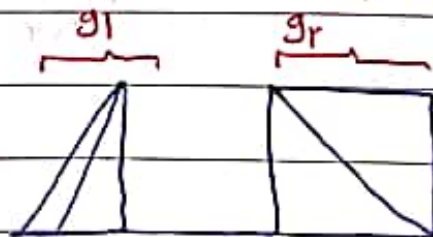
اگر گرافی را بتوانیم به دو لراف مناسب تقسیم کنیم به طوری که در یک نقطه‌ای لوله نباشد

به آن لراف، لراف لولادار می‌گوئیم در این صورت باید دو شاخه را با هم تجزیه و تحلیل کنیم البته اگر عناصر

تجزیه کننده بین دو لراف نباشد



لراف بدون لولا



لراف لولادار

g_lg_r

نکته: تعداد شاخ‌های درونی در یک گراف مسطح بدون لولا از رابطه زیر بدست می‌آید

$$L = b - nt + 1$$

nt : تعداد نقاط لولا

b : تعداد شاخ‌ها

$M =$

M

ماتریس شاخ‌ها

$L+1$: تعداد شاخ‌ها

۱. هر وقت شاخ‌های k در شاخ i بوده و جهت‌های قرار داشتن طایان طایان باشند $+1$

۲. هر وقت شاخ‌های k در شاخ i نباشند 0

۳. هر وقت شاخ‌های k در شاخ i بوده و جهت‌های قرار داشتن مخالف باشند -1

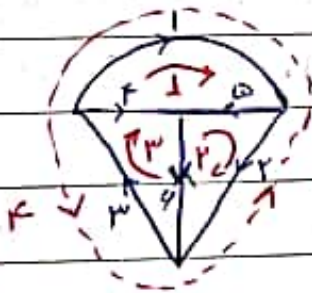
نکته: برای نوشتن ماتریس شاخ‌ها قرار داریم این صورت است

جهت شاخ‌های درونی در جهت گردش عقربه‌های ساعت

جهت شاخ‌های بیرونی در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت در نظر گرفته شود

نکته: ماتریس شاخ‌ها برای گراف‌های غیر مسطح تعریف نمی‌شود و واقع به طریق دیگر روش شاخ‌ها برای گراف‌های غیر مسطح به کار نمی‌رود.

مثال: فرض کنید گراف زیر را دارای گراف شلال زیر باشد



$L+1 = 3+1$
بیرونی درونی

$M_{4 \times 4} =$

1	0	0	-1	+1	0
0	1	0	0	-1	-1
0	0	1	1	0	1
-1	-1	-1	0	0	0

$b = 4$



M =

1	0	0	1	-1	0
0	1	0	-1	0	1
0	0	1	0	1	-1
-1	-1	-1	0	0	0

مثال:

KVL

$$1 \quad V_1 + V_4 - V_5 = 0$$

$$2 \quad V_2 + V_4 - V_6 = 0$$

$$3 \quad V_3 + V_5 - V_6 = 0$$

سرمعاری
حلقه مستقل

$$4 \quad -V_1 - V_2 - V_3 = 0$$

جمع سرمعاری بالا

حاوی اطلاعات جدید نیست پس می توان آن را حذف کرد

نتیجه گیری از KVL:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{نتیجه} \rightarrow M \cdot V = 0$$

$$A \cdot I = 0 \quad \text{مثال در قبل}$$

نتیجه گیری از KCL:

* جریان شاخه ها را بر حسب جریان

جریان شاخه های داخلی: I_1 و I_2 و ...

شاخه های نویسیم

جریان شاخه ها: I_3 و I_4 و ...

$$J_1 = I_1$$

$$J_2 = I_2$$

$$J_3 = I_3$$

$$J_4 = I_1 - I_2$$

$$J_5 = I_3 - I_1$$

$$J_6 = I_2 - I_3$$

$$\begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \vdots \\ J_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix}$$

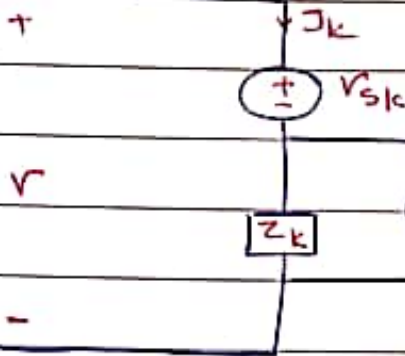
M^T

$$J = M^T \cdot I$$

مشاب در قتل

$$V = A^T \cdot E$$

در نظر گرفتن شاخه های یون:



$$V = V_{sk} + Z_k (J_k - J_{sk})$$

$$V = V_{sk} + Z_L \cdot J - Z_b J_s$$

طرفین را در ماتریس M ضرب می کنیم

$$MV = MV_s + MZ_b J - MZ_b J_s$$

$$M^T \cdot I$$

$$MZ_b \cdot M^T \cdot I = MZ_b J_s - MV_s$$

$$\left. \begin{aligned} Z_M \cdot I &= E_s \\ Z_M &= MZ_b \cdot M^T \\ E_s &= MZ_b J_s - MV_s \end{aligned} \right\} \text{معادله}$$

اگر منابع جریان ← منابع ولتاژ

$$J_s = 0$$

$$E_s = -MV_s$$

Z_M : ماتریس امپدانس مش

Z_b : ماتریس امپدانس شاخه

E_s : بردار منابع ولتاژ مش

I : بردار جریان مش ها را طی

روش تقریری:

$$Z_m \cdot I = E_s$$

ابتدا منابع جریان را تبدیل به منابع ولتاژ می‌کنیم

$$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{s1} \\ e_{s2} \\ \vdots \end{bmatrix}$$

z_{ik} : مجموع جبرگ مقدار پیرامونهای شاخه‌های مش I

z_{ik} : مساهلهای مجموع جبرگ مقدار پیرامونهای مشترک بین مش I و k

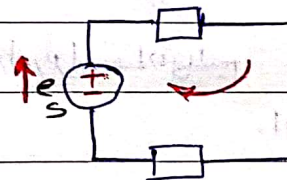
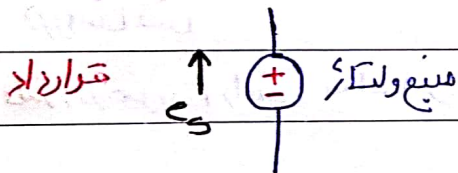
I_k : جریان مش I

پیرامونها

E_s : مجموع جبرگ مقدار پیرامونهای ولتاژ مش

$+$: هرگاه جهت جریان مش و جهت منبع ولتاژ به صورت خلش باشند

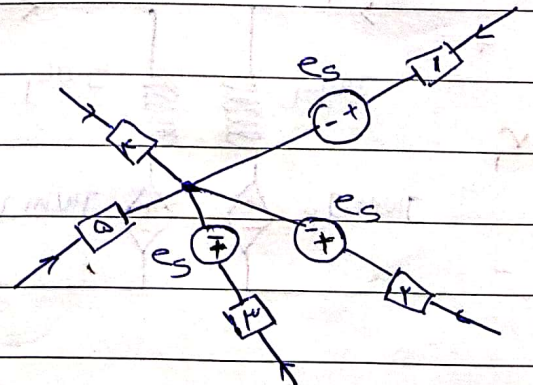
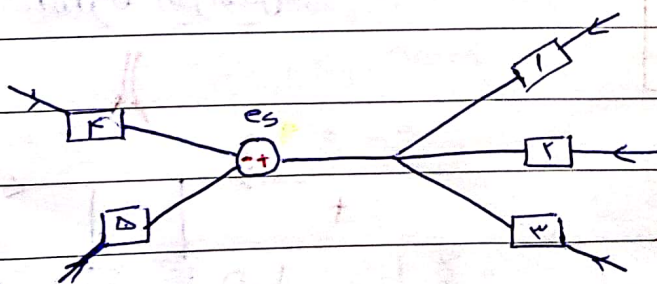
$-$: هرگاه جهت جریان مش و جهت منبع ولتاژ به صورت مخالف باشند



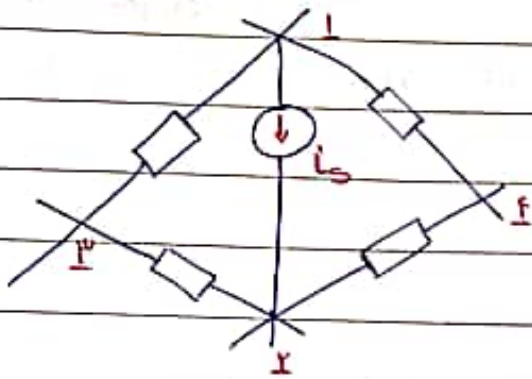
جریانهای مش

نکته: جام جایی منابع

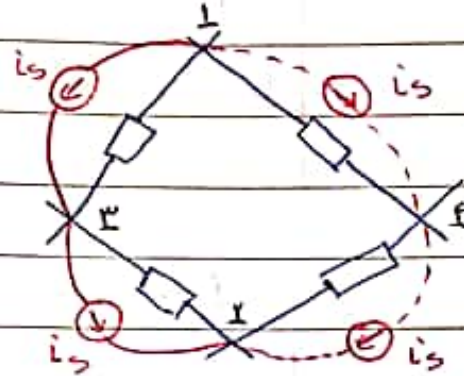
1. منبع ولتاژ



۲. منبع جریان:



منبع جریان i_s با سینه لوله های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ قرار می گیرد
 لوله های ۱ و ۴ و ۲ و ۳



نظریه روش تکراری / اگر مدار منبع وابسته داشته باشیم منبع وابسته را مستقل فرض می کنیم و با مطالب مطرح شده روابط را می نویسیم سپس با انتقاد اثر منبع وابسته را در حالت می دهیم

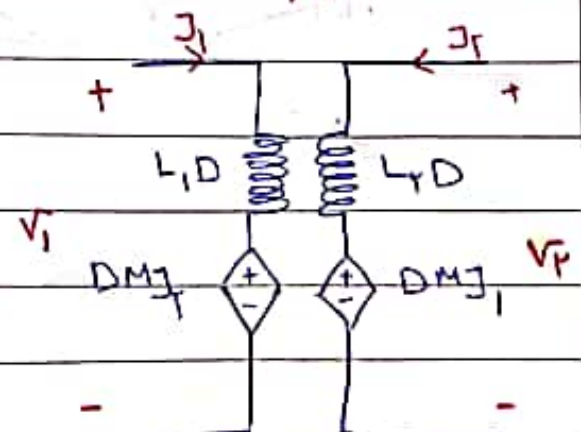
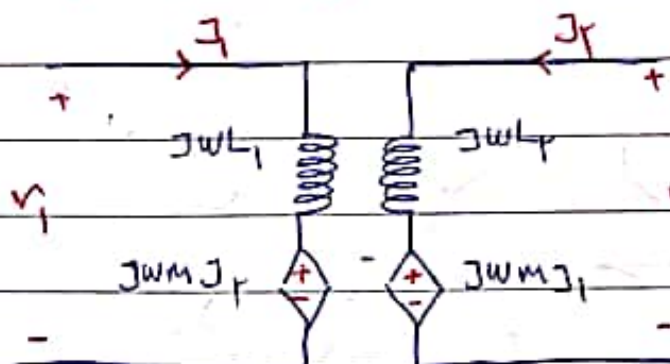
از روش مشا

نقشه: در صورت داشتن سطوح ترویج از مدار معادل زیر استفاده می کنیم

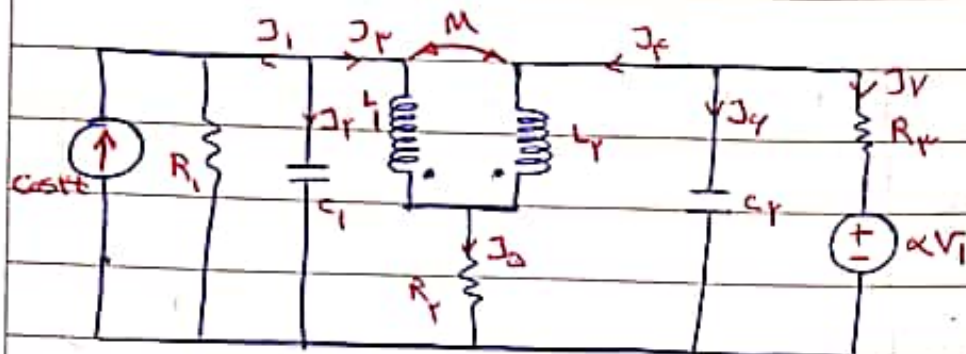
$$V_L = j\omega L j_L \quad \text{دانشی سینوسی}$$

انتگرال (فراستیل)

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = j\omega \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j_1 \\ j_2 \end{bmatrix}$$



مثال: مدار زیر در حالت داینامیک سینوسی است. معادلاتش را از روش انتقال بنویسید.



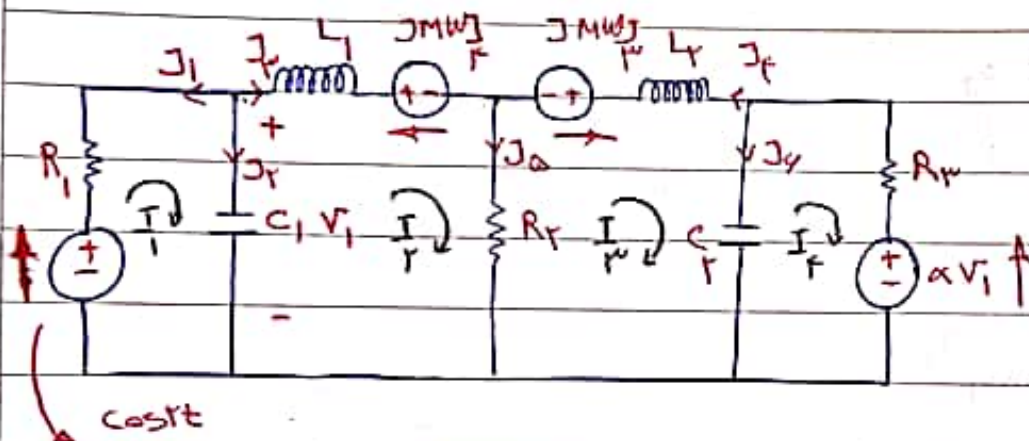
$$R_1 = R_2 = R_3 = 1 \Omega$$

$$C_1 = C_2 = 1 F$$

$$L_1 = |M| = 1 H$$

$$L_2 = 2 H$$

$$\alpha = 1/2$$

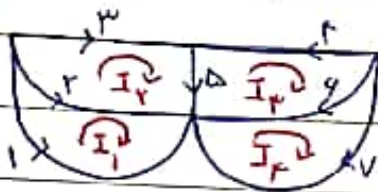


اولین کار لستین مدار معادل

$$\alpha V_1 = \alpha V_{C_1} = \alpha \frac{1}{j\omega C_1} \times I_2 \Rightarrow \alpha V_1 = \alpha \frac{1}{j\omega C_1} (I_1 - I_2)$$

$R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}$	$-\frac{1}{j\omega C_1}$	0	0
$-\frac{1}{j\omega C_1}$	$\frac{1}{j\omega C_1} + j\omega L_1 + R_2$	$-R_2 - j\omega M$	0
0	$-R_2 - j\omega M$	$R_2 + j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2}$	$-\frac{1}{j\omega C_2}$
$0 + \alpha \frac{1}{j\omega C_1}$	$0 - \alpha \frac{1}{j\omega C_1}$	$-\frac{1}{j\omega C_2}$	$R_3 + \frac{1}{j\omega C_2}$

I_1	=	I_2	=	$-j\omega M I_2 = -j\omega M (-I_3)$
I_2		$j\omega M I_1 = j\omega M (I_2)$		
I_3		$-\alpha \frac{1}{j\omega C_1} I_1 + \alpha \frac{1}{j\omega C_1} I_2$		
I_4				



حل ۲ روش ماتریس :

$$M = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$V_1 = R_1 I_1 + R_1 x_1$$

$$V_2 = 1/j\omega C_1 I_2$$

$$V_3 = j\omega L_1 I_3 + j\omega M I_4$$

$$V_4 = j\omega L_2 I_4 + j\omega M I_3$$

$$V_5 = R_2 I_5$$

$$V_6 = 1/j\omega C_2 I_6$$

$$V_7 = R_3 I_7 + \alpha 1/j\omega C_1 I_2$$

 V_S

از این روابط ماتریسی Z_b استخراج می شود سپس با اساس فرمول های موجود در این مدارات

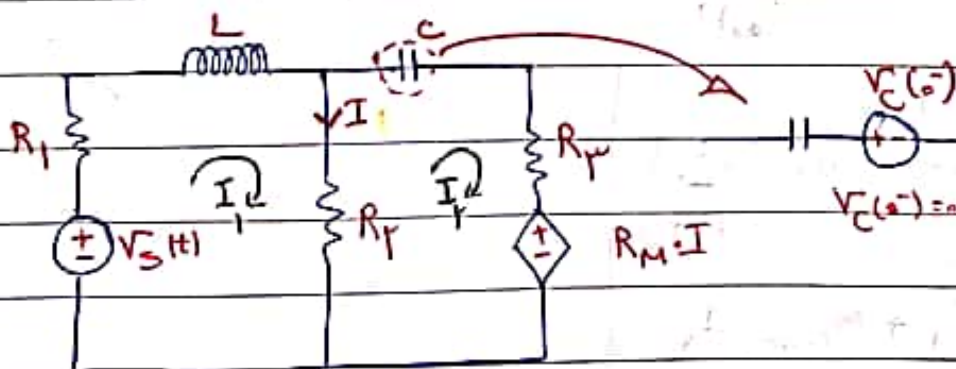
۲ دست می آید.

$$Z_M \cdot I = E_S$$

$$Z_M = M \cdot Z_b \cdot M^T$$

$$E_S = M Z_b I_S - M V_S$$

مثال: شبکه زیر را در نظر بگیرید. مدارات اشکال ۱ و ۲ را بر اساس q_1 و q_2 بنویسید.



$$V_C(t) \neq 0$$

$$I_1 = D q_1$$

$$I_2 = D q_2$$

$$Z_M \cdot I = E_S$$

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{1r} \\ Z_{r1} & Z_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_r \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} R_1 + DL + R_r & -R_r \\ -R_r + R_M & R_r + R_p + 1/D_C - R_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_S(t) \\ \boxed{} \end{bmatrix}$$

$$-V_C(0^-) - I_r R_M = -V_C(0^-) - R_M I_1 + R_M I_r$$

$$Dq_1 \rightarrow I_1 - I_r$$

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_r + LD & -R_r \\ R_M - R_r & R_r + R_p - R_M + 1/D_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_S(t) \\ -V_C \end{bmatrix}$$

Dq_r

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} LD + (R_1 + R_r)D & -R_r D \\ (R_M - R_r)D & D(R_r + R_p - R_M) + 1/C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_S(t) \\ -V_C \end{bmatrix}$$

$$q_1(0^-) = 0$$

چون در ابتدا هیچ شارژی در خازن نیست (خازن)

$$dq_1/dt(0^-) = I_1(0^-) = I_L(0^-) = I_0$$

$$q_r(0^-) = C V_C(0^-) = C \cdot 0 = 0$$

برای حل این معادلات نیاز به شرایط اولیه داریم:

$$q_r(0^-)$$

$$q_1(0^-) = dq_1/dt(0^-)$$

یعنی جریان

تجزیه و تحلیل حلقه‌های اساسی و گات ست اساسی:

این دو روش، روش کاملانی که در درسا مدار را بررسی نشده است.

تعریف «رخت»:

حلقه تعریف به زیر گراخی از لراف بیوسر، رخت لویند که دارای سه خصوصیات زیر باشد:

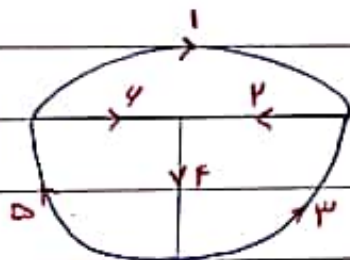
۱. شامل شاخه‌های لره‌ای لراف و باشد

۲. بیوسر و معقل به هم باشند

۳. شامل هیچ حلقه‌ای نباشند

نکته: شاخه‌های رخت در رخت آفره اند، لنیه‌های «رخت» رخت می‌آید

مثال: فرض کنید دارای لراف شلا زیر باشد:



رخت T_1 : شاخه ۱، ۵، ۴ و ۴

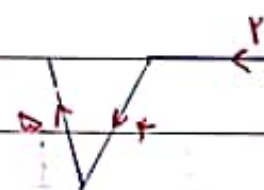
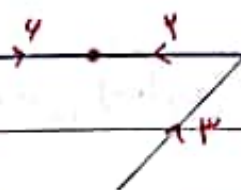
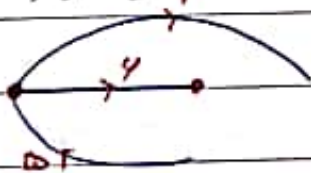
لنیه ۲، ۳، ۴

رخت T_2 : شاخه ۲، ۴ و ۳

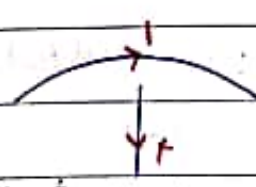
لنیه ۱، ۴ و ۵

رخت T_3 : شاخه ۲، ۴ و ۵

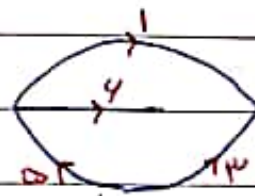
لنیه ۱، ۳ و ۴



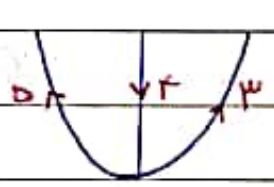
رخت لنیه فاقد شرط ۱



رخت لنیه فاقد شرط ۲



رخت لنیه فاقد شرط ۳



رخت T_4 : شاخه ۲، ۴ و ۵

لنیه ۱، ۳ و ۴

تجزیه و تحلیل حلقه‌های اساسی :

$$n \triangleq nt - 1 : \text{تعداد شاخه‌های درخت}$$

هر گره یک حلقه‌ی اساسی را مشخص می‌کند.

$$L \triangleq b - nt + 1$$

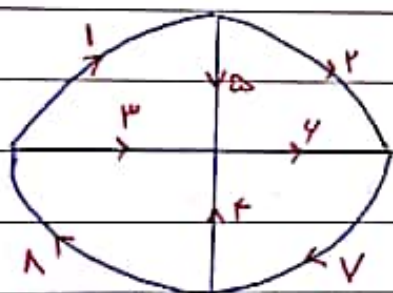
تعداد حلقه‌های اساسی برابر با تعداد گره‌هاست :

قرار داد ۱: گره‌ها را از ۱ تا L و شاخه‌های درخت را از $L+1$ تا b شماره‌گذاری کنیم

«الزای سیت»

قرار داد ۲: جهت هر حلقه‌ی اساسی را جهت گره‌ها یا آن «تغییر می‌گیریم» «الزای است»

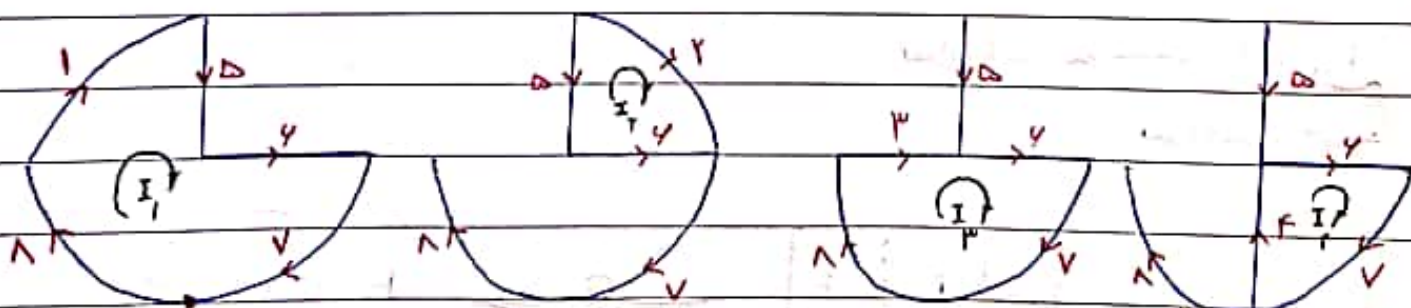
$$nt = 5 : \text{تعداد کل نقاط گره}$$



$$n = 4 : \text{تعداد شاخه‌های درخت}$$

$$5, 4, 7, 8 : \text{شاخه‌های درخت}$$

$$1, 2, 3, 6 : \text{گره‌های درخت}$$



حلقه اساسی ۱

حلقه اساسی ۲

حلقه اساسی ۳

حلقه اساسی ۴

$$1, 5, 4, 7, 8$$

$$5, 4, 2$$

$$8, 7, 4, 3$$

$$5, 4, 7$$

نتیجه گیری از kvl:

kvl

$$1 \quad V_1 + V_D + V_G + V_V + V_N = 0$$

$$2 \quad V_F - V_G - V_D = 0$$

$$3 \quad V_3 + V_G + V_V + V_N = 0$$

$$4 \quad V_F + V_G + V_V = 0$$

۴ معادله مستقل

۴ لینک

لینک ها

1	1	0	0	0	1	-1	1	1	V_1			
2	0	1	0	0	-1	-1	0	0	V_2			
3	0	0	1	0	0	1	1	1	$\vdots$			
4	0	0	0	1	0	1	1	0	V_N			

ماتریس حلقه های اساسی B

1 اگر شاخه K در حلقه های اساسی نبوده و جهت های قرار دادن یگان باشد

2 اگر شاخه K در حلقه های اساسی نبوده و جهت های قرار دادن یگان نباشد

3 اگر شاخه K در حلقه های اساسی نباشد

$$b = -1$$

k

0

تقدیر شاخه $B_L \times b$

تقدیر حلقه های اساسی

B =

I

F

$$B \cdot V = 0$$

ماتریس های

نتیجه گیری از KCL:

$$J_1 = I_1$$

* جریان حلقه‌های اساسی را با I_1 و I_2 و نمایش داده ایم.

$$J_2 = I_2$$

* جریان شاخه‌ها را با J_1 و J_2 و ... نمایش می‌دهیم

$$J_3 = I_3$$

* جریان شاخه‌ها را بر اساس جریان حلقه‌های نویسیم

$$J_4 = I_4$$

$$J_5 = I_1 - I_2$$

$$J_6 = I_1 - I_2 + I_3 + I_4$$

$$J_7 = I_1 + I_2 + I_4$$

$$J_8 = I_1 + I_3$$

		1	0	0	0		
	J_1	0	1	0	0		I_1
	J_2	0	0	1	0		I_2
	$\vdots$						I_3
	J_n	1	-1	1	1		I_4
		1	0	1	1		
		1	0	1	0		

 B^T $B^T =$ I F

$$J = B^T \cdot I$$

در دست آوردن معادلات حلقه‌ای اساسی:

تحلیل شاخه‌ای نمونه:

J_k

V_{sk}

Z_k

J_{sk}

$$V_k = V_{sk} + Z_k (J_k - J_{sk})$$

$$V = V_s + Z_b \cdot J - Z_b J_s$$

ضرب طرفین در B

$$BV = BV_s + BZ_b J - BZ_b J_s$$

$B^T \cdot I$

$$BZ_b \cdot B^T \cdot I = BZ_b J_s - BV_s$$

Z_L

E_s

معادلات

$$Z_L \cdot I = E_s$$

نتایج

$$Z_L = B \cdot Z_b \cdot B^T$$

$$E_s = BZ_b J_s - BV_s$$

نکته: اگر منابع جریان را منابع ولتاژ

$J_s = 0$

$$E_s = -BV_s$$

« مطالب ارائه شده مربوط به روش مستقیم بود »

$$Z_L \cdot I = E_S$$

روش نظری در حل‌های اساسی:

Z_{11}	Z_{12}	...	I_1		E_{S1}
$\vdots$	$\vdots$	...	I_2	=	E_{S2}
$\vdots$	$\vdots$	...	$\vdots$		$\vdots$
			I_L		E_{SL}

ابتدای منابع جریان را به منابع ولتاژ تبدیل می‌کنیم

Z_{ii} : مجموع جبرای امپدانس‌های شاخه‌های حلقه اساسی

Z_{ik} : مجموع جبرای مقدار امپدانس‌های مشترک بین حلقه‌های اساسی k و i

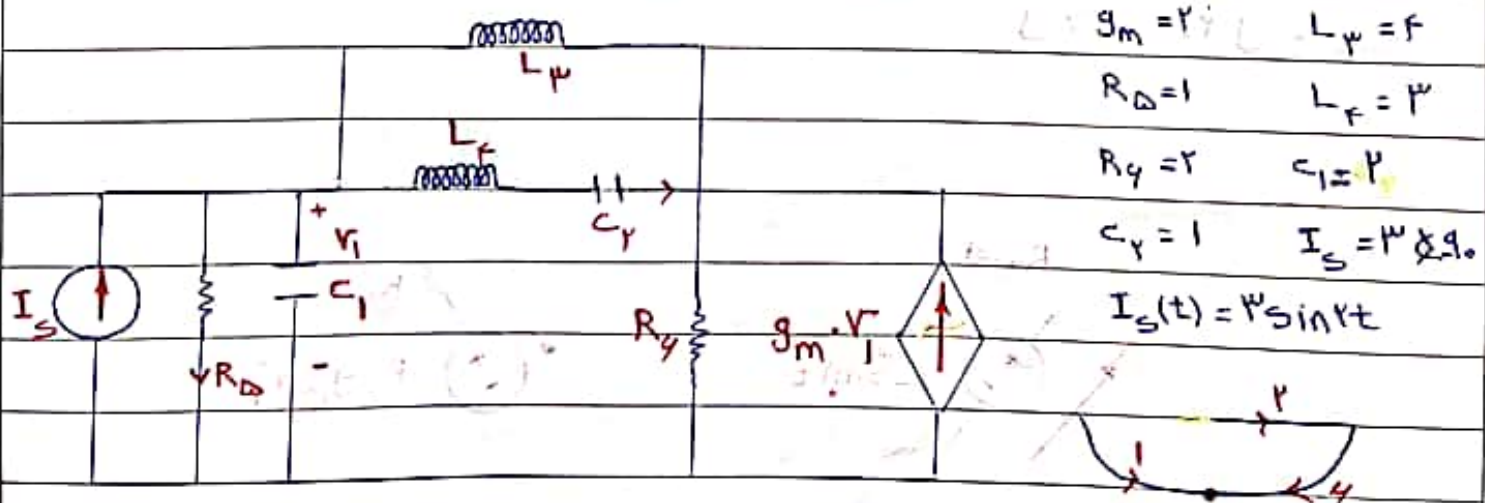
I_i : جریان حلقه اساسی i

E_{Si} : تسبیر روش مشتاق حل در لرد

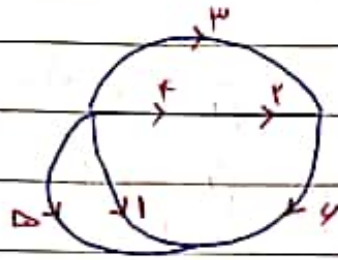
$+$: هرگاه جهت جریان حلقه‌های اساسی بر روی شاخه مشترک یکسان باشد

$-$: هرگاه جهت جریان حلقه‌های اساسی بر روی شاخه مشترک یکسان نباشد

مثال: شبیه‌سازی زیر در حالت داینامیک سیم‌پسی است. مقادیر پارامترهای اساسی را با توجه به بردار انتخابی T بنویسید.



شکل مدار:



حلقه‌ی اساسی ۱



حلقه‌ی اساسی ۲



حلقه‌ی اساسی ۳



$$\mathbf{Z_L} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{E_S}$$

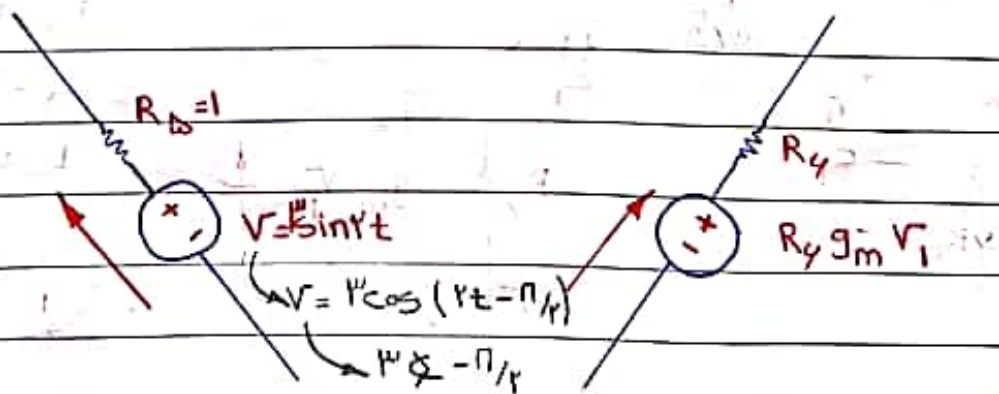
Z_{11}	Z_{12}	Z_{13}	I_1	E_{S1}
Z_{21}	Z_{22}	Z_{23}	I_2	E_{S2}
Z_{31}	Z_{32}	Z_{33}	I_3	E_{S3}

$$Z_{C1} = -j / \omega C_1 = -j / r_{x1} = -j \cdot 15$$

$$Z_{C2} = -j / \omega C_2 = -j \cdot 15$$

$$Z_{L3} = j \omega L_3 = j r_{x3} = 1j$$

$$Z_{L4} = j r_{x4} = 4j$$



$1 \angle -j0.125 + 2 + j$	$-j0.125 + 2 + j$	$+ (-j0.125) + j$	I_1
$-j0.125 + 2 + j$	$-j0.125 + j^2 - j0.125 + 2 + j$	$+ (-j0.125) + j$	I_2
$+ (-j0.125)$	$+ (-j0.125)$	$1 - j0.125$	I_3

$-g_m R_y V_1 \rightarrow -j I_1 - j I_2 - j I_3$	$g_m R_y V_1 = 2 \times 2 \times V_1 = 4 V_1$
$= -g_m R_y V_1 \rightarrow -j I_1 - j I_2 - j I_3$	$V_1 = V_{c1} = z_{c1} \angle j_{c1} = -j0.125 \times j_{c1}$
$-1 \times 3 \angle -90^\circ$	$j_{c1} = -I_1 - I_2 - I_3$

$$z = r e^{j\theta} = -3 e^{j\theta} = -3(\cos(-90) + j\sin(-90)) = -3(-j) = 3j$$

$$g_m R_y V_1 = 4(-j0.125)(-I_1 - I_2 - I_3) \rightarrow -g_m R_y V_1 = -j I_1 - j I_2 - j I_3$$

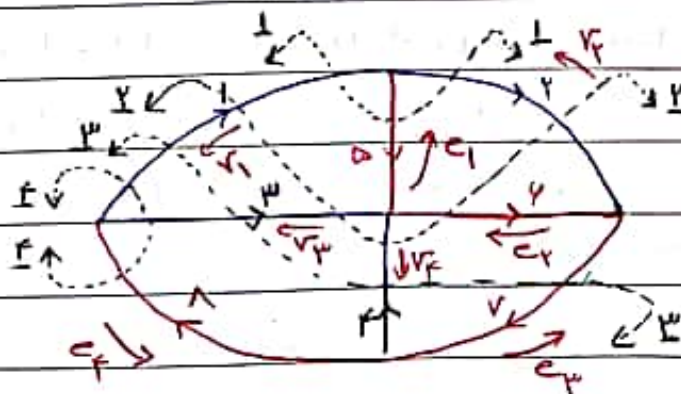
تجزیه و تحلیل کات است اساسی :

هر شاخه درخت یک کات است اساسی را مشخص می‌کند

تعداد کات است های اساسی برابر با تعداد شاخه های درخت است

قرار داد ۱: لندها را از ۱ تا ۴ و شاخه های درخت را از ۱ تا ۵ نامگذاری می‌کنیم «الزای است»

قرار داد ۲: جهت هر کات است اساسی را جهت شاخه درخت متناظر با آن در نظر می‌گیریم «الزای است»



شاخه های درخت : ۵، ۷، ۸

لنجهای درخت : ۱، ۲، ۳، ۴

نتیجه گیری از kcl: کات است های اساسی می نویسیم

kcl

$$1 \quad -J_1 + J_D + J_2 = 0$$

$$2 \quad +J_2 + J_4 - J_3 - J_1 - J_5 = 0$$

$$3 \quad -J_1 - J_3 - J_4 + J_5 = 0$$

$$4 \quad -J_1 - J_3 + J_6 = 0$$

معادلاتی مستقل

-1	1	0	0	1	0	0	0	J_1				
-1	1	-1	-1	0	1	0	0	J_2	=	0		
-1	0	-1	-1	0	0	1	0	$\vdots$				
-1	0	-1	0	0	0	0	1	J_6				

$$\rightarrow Q_{n \times b} \cdot J = 0$$

بست آوردن مستقل ماتریس Q:

$$Q = \begin{bmatrix} & q_{ik} \end{bmatrix}$$

1 اگر شاخه k در کات است اساسی نبوده و جهت های قرار درستان یکسان باشد

2 اگر شاخه k در کات است اساسی نبوده و جهت های قرار درستان یکسان نباشد

3 اگر شاخه k در کات است اساسی نباشد

نتیجه گیری از kvl:

$$V_1 = -e_1 - e_2 - e_3 - e_4$$

$$V_2 = e_1 + e_2$$

$$V_3 = -(e_2 + e_3 + e_4)$$

$$V_4 = -e_2 - e_3$$

$$V_5 = e_1$$

$$V_6 = e_2$$

$$V_7 = e_3$$

$$V_8 = e_4$$

ولتاژ شاخه ها را بر اساس ولتاژ شاخه های درخت می نویسیم

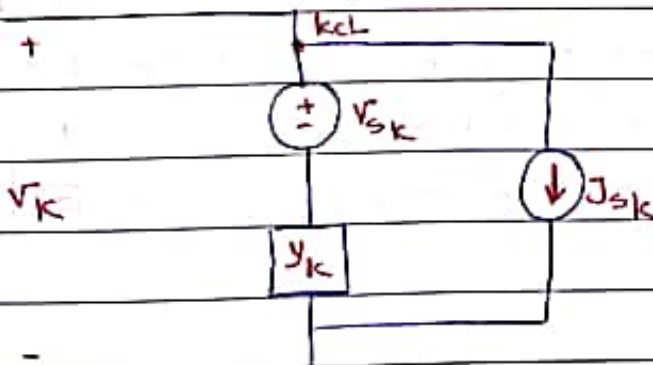
V_1	-1	-1	-1	-1	e_1
V_2	1	1	0	0	e_2
$\vdots$	0	-1	-1	-1	e_3
V_8	0	-1	-1	0	e_4
	0	0	0	0	
	0	0	0	1	

$$\rightarrow V = Q^T \cdot e$$

e: بزرگ ولتاژ شاخه ها

درخت

در نظر گرفتن شاخه های یونین:



$$kcl: J_k = J_{sk} + Y_k (V_k - V_{sk})$$

برای شاخه

$$J_k = J_s + Y_b V - Y_b V_s$$

$$Q_{jk} = Q_{js} + Q_{yb} \cdot V - Q_{yb} V_s \rightarrow \text{حزب طرفین در } Q$$

$$Q^T \cdot e$$

$$Q_{yb} Q^T \cdot e = Q_{yb} V_s - Q_{js}$$

$$y_q \cdot e \quad I_s$$

$$y_q = Q_{yb} Q^T$$

$$I_s = Q V_s y_b - Q_{js}$$

$$y_q \cdot e = I_s$$

اگر منابع ولتاژ را به منابع جریان تبدیل کنیم آنگاه

$$V_s \rightarrow 0$$

$$I_s = -Q_{js}$$

$$y_q \cdot E = I_s$$

روش نظری :

y_{11}	y_{12}	...	e_1	I_{s1}
$\vdots$	$\vdots$	...	e_2	I_{s2}
$\vdots$	$\vdots$	...	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	...	e_n	I_{sn}

y_{ik} : مجموع جبراً مقادیر استانساهای شاخه‌های کات است اساسی i

$\pm y_{ik}$: مجموع جبراً مقادیر استانساهای شاخه‌های مشترک بین کات است اساسی i و k

E_i : ولتاژ شاخه i از درخت

$+$: جهت دو کات است i و k بر روی شاخه مشترک موافق باشد

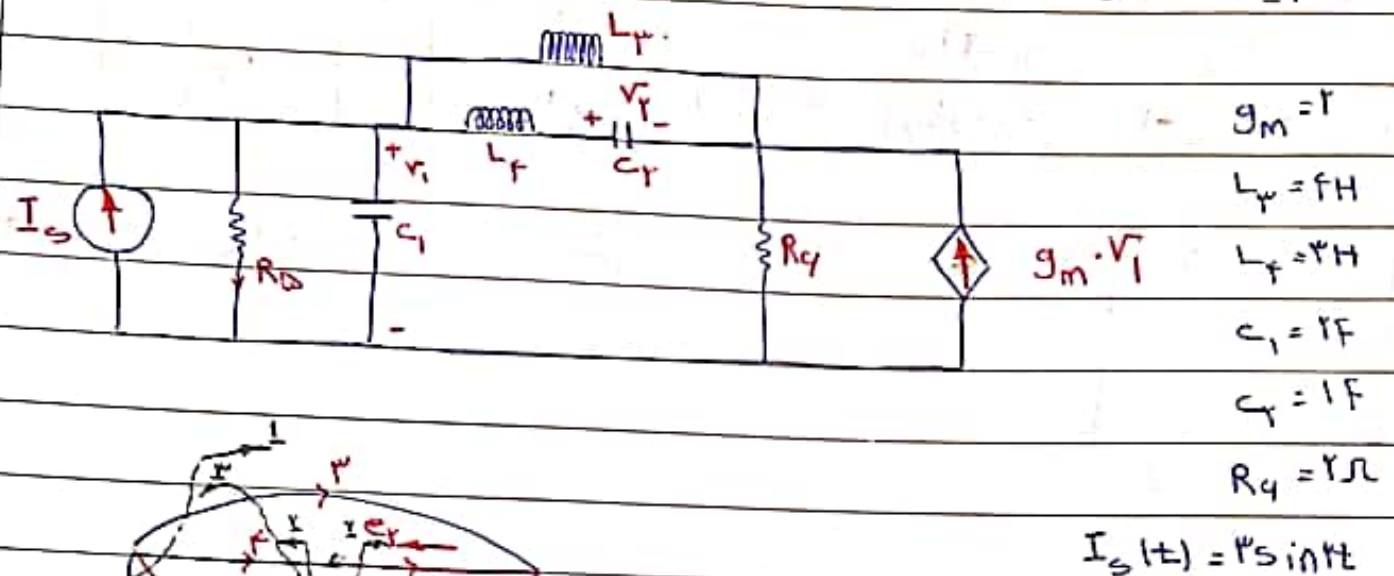
$-$: جهت دو کات است i و k بر روی شاخه مشترک مخالف باشد

I_{si} : مجموع جبراً مقادیر منابع جریان کات است اساسی i

$+$: جهت منبع جریان و جهت کات است مخالف باشد

$-$: جهت منبع جریان و جهت کات است موافق باشد

مثال: شمای زیر در حالت دایمی است. معادلات گسسته اساسی را با توجه به درخت انتخابی T بدست آورید.



درخت T : ۱، ۲، ۳، ۴

گسسته اساسی ۱: ۱، ۳، ۴، ۵

گسسته اساسی ۲: ۲، ۴

گسسته اساسی ۳: ۱، ۲، ۴

$$Y_{C_1} = j\omega C_1 = j2 \times 2 = j4$$

$$Y_{C_r} = j\omega C_r = j1 \times 2 = j2$$

$$Y_{L_3} = 1/j\omega L_3 = 1/j2 \times 4 = -j1/4$$

$$Y_{L_f} = 1/j\omega L_f = 1/j2 \times 3 = -j1/6$$

$$Y_{R_D} = 1/R_D = 1/2$$

$$Y_{R_g} = 1/2$$

$3^2 - 3^{1/4} - 3^{1/4} + 1$	$-(-3^{1/4})$	$-(-3^{1/4} - 3^{1/4})$	E_1
$-(-3^{1/4})$	$3^2 - 3^{1/4}$	$+1 - 3^{1/4}$	E_2
$-(-3^{1/4} - 3^{1/4}) - 2$	$+(-3^{1/4})$	$0.5 - 3^{1/4} - 3^{1/4}$	E_3

* برای پیدا کردن V_i به جهت خود شاخه مشترک

حاری نداریم.

$$= \begin{matrix} 3^2 - 3^{1/4} \\ 0 \\ +g_m V_i \end{matrix}$$

$$V_i = E_1 \rightarrow +g_m E_1 \rightarrow V_o$$

state equation

بمادلات حالت :

معادلات تغییر حالت :

به تغییرهایی از مدار گفته می شود که وضعیت از مدار را در خود حفظ می کند و رفتاری معری مدار به شرایط آن ها وابسته است به عنوان مثال ولتاژ خازن و جریان سلف ها لحظه ای نمی تواند تغییر کنند و به شرایط با قبل خود بستگی دارد.

در ورودی ها منبع ولتاژ - جریان

$\frac{dx}{dt} = \dot{x} = Ax + Bw$	V_{C1}	q_{C1}
$x =$	V_{C2}	q_{C2}
	$\vdots$	$\vdots$
	I_{L1}	ψ_{L1}
	I_{L2}	ψ_{L2}

x : بردار حالت

t : زمان

A و B : دینامیک ثابت

ولتاژ خازن ها، جریان سلف ها

بار خازن - شار سلف

نکته : اگر در صورت مسئله عنوان شد که تغییر حالت را چه تغییری را در نظر بگیریم به صورت پیش فرض ولتاژ خازن و

جریان سلف را در نظر بگیریم

مراحل فوق به ترتیب است آوردن معادلات حالت :

۱. درختی انتخاب کرد که تمام خازن ها را در بر داشته باشد و سلنی را شامل نکرده ، این درخت را درخت مناسب الیوت (هرگاه قطری خازن و یا کات است سلنی نداشته باشیم امکان پذیر است) (مرا در خاص بعد اخصیبت می شود)

۲. KCL را در قطرات است جای اساسی شامل شاخه های طرزی درخت می نویسیم (سعی می کنیم تا حراممان بر حسب تغییرهای حالت باشد)

۳. KVL را در حلقه های اساسی شامل شاخه های سلنی می نویسیم (سعی می کنیم تا حراممان بر حسب تغییرهای حالت باشد)

در صورت لزوم از بندهای ۴ و ۵ استفاده می شود :

۴. KCL را در قطرات است های دیگر شامل شاخه های درخت می نویسیم و از آن ها در جهت حتما تغییرهای غیر حالت ظاهر شده در بندهای ۲ و ۳ استفاده می کنیم

۵. KVL را در حلقه های اساسی شامل شاخه های درخت می نویسیم و از آن ها در جهت حتما تغییرهای غیر حالت ظاهر شده در بندهای ۲ و ۳ استفاده می کنیم

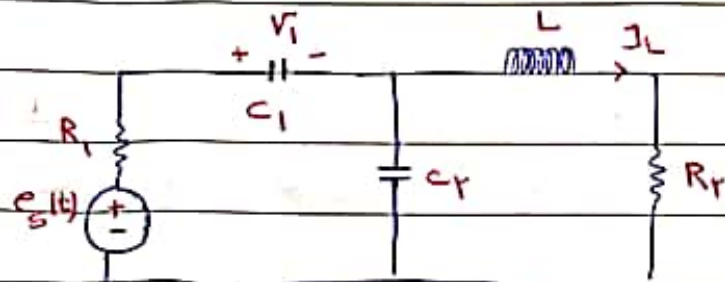
۶. معادلات را به ترتیب مرتب می کنیم یعنی داریم

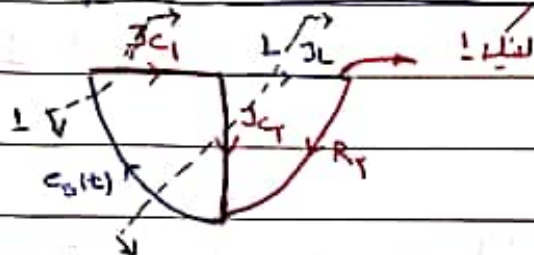
$$\dot{x} = Ax + Bw$$

تذکره: هر مسئله ای با رعایت دقیق این الوریتم قابل حل است

(II)

مثال: در شبکه‌ای زیر معادلات حالت شبکه را بدست آورید.



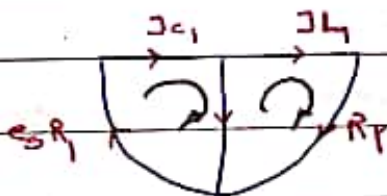
$$x = \begin{bmatrix} v_{C_1} \\ v_{C_2} \\ i_L \end{bmatrix}$$


$$KCL: i_{C_1} - i_{R_1} = 0 \rightarrow C_1 \frac{dv_{C_1}}{dt} = i_{R_1} \rightarrow \frac{dv_{C_1}}{dt} = \frac{i_{R_1}}{C_1} \quad (I)$$

نامقا است چون i_{R_1} متغیر غیر حالت است

$$KCL: i_{C_2} + i_L - i_{R_1} = 0 \rightarrow C_2 \frac{dv_{C_2}}{dt} + i_L - i_{R_1} = 0$$

$$\rightarrow \frac{dv_{C_2}}{dt} = \frac{-i_L}{C_2} + \frac{1}{C_2} i_{R_1} \quad (II) \quad \text{نامقا است چون } i_{R_1} \text{ متغیر غیر حالت است}$$



$$KVL: V_L + V_{R_2} - v_{C_2} = 0$$

$$L \frac{di_L}{dt} = v_{C_2} - V_{R_2}$$

$$L \frac{di_L}{dt} = v_{C_2} - R_2 i_L$$

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L} v_{C_2} - \frac{R_2}{L} i_L \quad (III)$$

برای حذف i_{R_1} از بندهای فوق استفاده می‌کنیم i_{R_1} جریان شبکه است از بندها استفاده می‌کنیم

و بندها را از هم جدا می‌کنیم:

$$v_{C_1} + v_{C_2} - e_s(t) + R_1 i_{R_1} = 0$$

$$i_{R_1} = -\frac{v_{C_1}}{R_1} - \frac{1}{R_1} v_{C_2} + \frac{1}{R_1} e_s(t) \quad (IV)$$

(II) (I) IV

از جابجایی کردن ۴ در ۱ و ۲ داریم:

$$1 \quad dV_{C1}/dt = -1/R_1 C_1 V_{C1} - 1/R_1 C_1 V_{C2} + 1/R_1 C_1 e_s(t)$$

$$2 \quad dV_{C2}/dt = -1/R_1 C_2 V_{C1} - 1/R_1 C_2 V_{C2} + 1/R_1 C_2 e_s(t) - 1/C_2 J_L$$

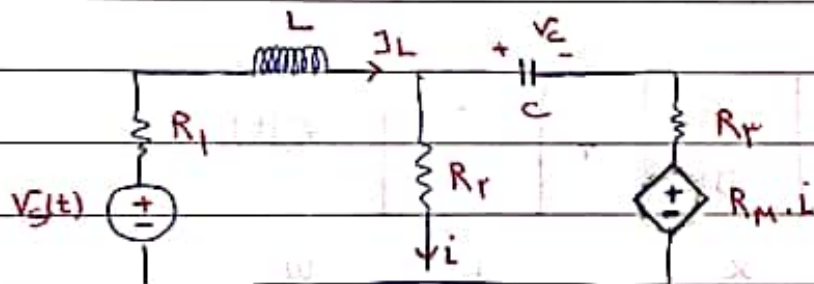
$$3 \quad dJ_L/dt = 1/L V_{C2} - R_2/L J_L$$

مرتب کردن معادلات: $\dot{x} = Ax + bw$

d/dt	V_{C1}	V_{C2}	J_L	=	$-1/R_1 C_1$ $-1/R_1 C_1$ 0	V_{C1} V_{C2} J_L	+	$1/R_1 C_1$ 1	$e_s(t)$ w
					$-1/R_1 C_2$ $-1/R_1 C_2$ $-1/C_2$				
					0 $1/L$ $-R_2/L$				

$\underbrace{\quad}_{\dot{x}} \quad \underbrace{\quad}_A \quad \underbrace{\quad}_x \quad \underbrace{\quad}_b$

مثال: معادلات حالت در مدار شکل زیر را بدست آورید.



$$R_1 = 1\Omega$$

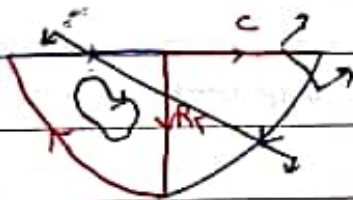
$$R_M = 1$$

$$R_2 = 2\Omega$$

$$L = 1H$$

$$R_3 = 3\Omega$$

$$C = 1F$$



x = متغیر حالت

$$J_L$$

$$V_C$$

$$C \text{ کات است } \rightarrow KCL: J_{C1} - J_{R3} = 0 \quad C dV_C/dt = J_{R3}$$

$$dV_C/dt = J_{R3}/C \quad 1 \quad \text{نامتناهی } J_{R3} \text{ متغیر غیر حالت}$$

$$L \text{ لوی } \rightarrow KVL: V_L + R_2 \cdot i - V_S + R_1 J_L = 0 \rightarrow dJ_L/dt = -i - J_L + V_S(t)$$

نامتناهی، i غیر حالت

$$R_3 \text{ روی } R_3 \text{ KVL: } V_C + 3J R_3 - 2i + R_M \cdot i = 0 \rightarrow i - 3J R_3 = V_C \quad (k_1)$$

$$R_2 \text{ کات است KCL: } -JL + i + 3J R_3 = 0 \rightarrow i + 3J R_3 = JL \quad (k_2)$$

$$\begin{array}{l} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} k_1 \text{ دو معادله} \\ k_2 \text{ با دو مجهول} \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} i - 3J R_3 = V_C \\ i + 3J R_3 = JL \end{array} \right.$$

$$i = 1/4 V_C + 3/4 JL \quad (k_3)$$

$$3J R_3 = -1/4 V_C + 1/4 JL \quad (k_4)$$

$$1 \rightarrow dV_C/dt = -1/4 V_C + 1/4 JL$$

$$2 \rightarrow dJL/dt = -1/2 V_C - 3/2 JL + V_S - JL$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} V_C \\ JL \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/4 & 1/4 \\ -1/2 & -5/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_C \\ JL \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} V_S(t)$$

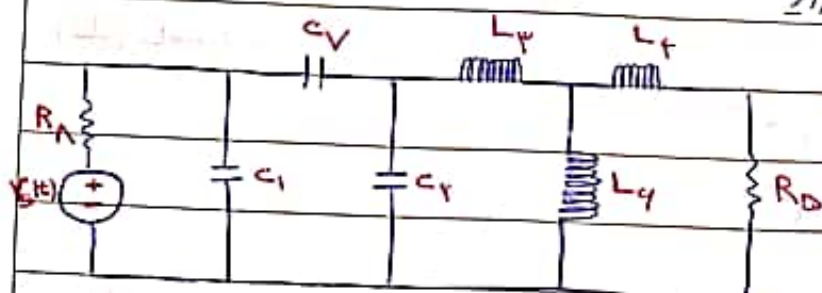
$$\dot{x} = A x + b u$$

حالت های خاص به دست آوردن مدارات حالت :

۱. هرگاه حلقه ی خازنی داشته باشیم یکی از خازن ها را شاخه ی درخت می گیریم ، چون با KVL در حلقه ی خازنی ولتاژ آن خازن برابر تعیین است در این صورت ولتاژ آن خازن جزء متغیرهای حالت نمی باشد

۲. هرگاه کات است سلفی داشته باشیم یکی از سلف ها را شاخه ی درخت می گیریم چون با KCL در کات است سلفی جریان آن سلف برابر تعیین است در این صورت جریان آن سلف به عنوان متغیر حالت نمی باشد

مثال: در سبیری زیر معادلات حالت را بدست آورید.

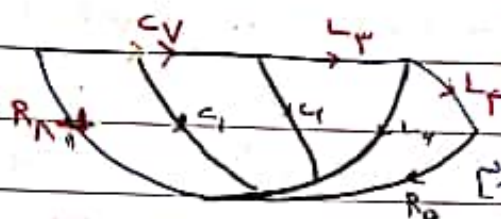


$$C_1 = C_V = 1 \text{ F} \quad L_F = 1 \text{ H}$$

$$L_3 = L_4 = 0.5 \text{ H} \quad C_V = 2 \text{ F}$$

$$R_D = R_A = 1 \Omega$$

حالت خاص: یکی از خازن ها را استاز درخت می گیریم و بقیه از سلف ها را شاخه ها را شاخه درخت می گیریم (طایفه سلفی)



در این مسئله دو حالت خاص با هم اتفاق افتاده است بنابراین C_V را جزء درخت در نظر می گیریم و L_4 را جزء درخت در نظر می گیریم و طبق الگوریتم گام به گام عمل می کنیم

$$C_1 \text{ کتل: } \sum C_1 + \sum C_V + \sum R_A = 0 \rightarrow C_1 \frac{dv_{C_1}}{dt} + C_V \frac{dv_{C_V}}{dt} + \sum R_A = 0$$

$$\rightarrow \frac{dv_{C_1}}{dt} + 2 \frac{dv_{C_V}}{dt} = -\sum R_A \quad (\text{I}) \quad \text{نامعادله است } \sum C_V, \sum R_A \text{ تغییر حالت نمی دهند}$$

$$C_V \text{ کتل: } -v_{C_V} + v_{C_1} - v_{C_2} = 0 \rightarrow v_{C_V} = v_{C_1} - v_{C_2}$$

$$R_A \text{ کتل: } R_A \sum R_A + v_s(t) - v_{C_1} = 0 \rightarrow \sum R_A = v_{C_1} - v_s(t)$$

$$(\text{I}) \rightarrow \frac{dv_{C_1}}{dt} + 2 \frac{d}{dt} (v_{C_1} - v_{C_2}) = -v_{C_1} + v_s(t)$$

$$\rightarrow 3 \frac{dv_{C_1}}{dt} - 2 \frac{dv_{C_2}}{dt} = -v_{C_1} + v_s(t) \quad (\text{II}) \quad \text{نامعادله است}$$

$$C_2 \text{ کتل: } \sum C_2 + \sum L_3 - \sum C_V = 0 \rightarrow \frac{dv_{C_2}}{dt} - 2 \frac{d}{dt} (v_{C_1} - v_{C_2}) + \sum L_3 = 0$$

$$C_V dV_{CV}/dt + J L_P - C_V dV_{CV}/dt = 0 \rightarrow 3 dV_{CV}/dt - 2 dV_{C1}/dt + J L_P = 0$$

(III) نامعین است

$$(II) \left\{ \begin{aligned} 3 dV_{C1}/dt - 2 dV_{CV}/dt &= -V_{C1} + V_S(t) \end{aligned} \right.$$

$$(III) \left\{ \begin{aligned} -2 dV_{C1}/dt + 3 dV_{CV}/dt &= -J L_P \end{aligned} \right.$$

دو معادله با دو مجهول

سیا از حل

$$dV_{C1}/dt = -0.4 V_{C1} - 0.1 J L_P + 0.4 V_S(t) \quad (A)$$

$$dV_{CV}/dt = -0.1 V_{C1} + 0.1 V_S(t) - 0.4 J L_P \quad (B)$$

$$L_P \text{ حلقه } kVL: V_{L_P} + V_{L_Q} - V_{CV} = 0 \rightarrow L_P dJ L_P/dt + L_Q dJ L_Q/dt = V_{CV}$$

(IV) نامعین

$$L_Q \text{ حلقه } kCL: J L_Q + J L_F - J L_P = 0 \rightarrow J L_Q = -J L_F + J L_P \quad (M)$$

$$IV \gg M \text{ از جایگزینی: } L_P dJ L_P/dt + L_Q d/dt (J L_P - J L_F) = V_{CV}$$

$$\rightarrow \frac{3}{2} dJ L_P/dt - dJ L_F/dt = V_{CV} \quad (P)$$

$$L_F \text{ حلقه } kVL: V_{L_F} + V_{R_0} - V_{L_Q} = 0$$

$$J R_0 = J L_F$$

$$L_F dJ L_F/dt + R_0 J R_0 - L_Q dJ L_Q/dt = 0$$

$$0.5 dJ L_F/dt + J L_F - d/dt (J L_P - J L_F) = 0 \rightarrow \frac{1}{2} dJ L_F/dt - dJ L_P/dt = -J L_F \quad (Q)$$

$$P \left\{ \begin{aligned} \frac{3}{2} dJ L_P/dt - dJ L_F/dt &= V_{CV} \end{aligned} \right.$$

$$Q \left\{ \begin{aligned} \frac{1}{2} dJ L_F/dt - dJ L_P/dt &= -J L_F \end{aligned} \right.$$

$$\frac{dJL_3}{dt} = 1,2 V_{C_2} - 0,8 J L_4 \quad \text{کلاسش (c)}$$

دومدار دو متغیر

سیار اصل

$$\frac{dJL_4}{dt} = 0,8 V_{C_2} - 1,2 J L_4 \quad \text{کلاسش (d)}$$

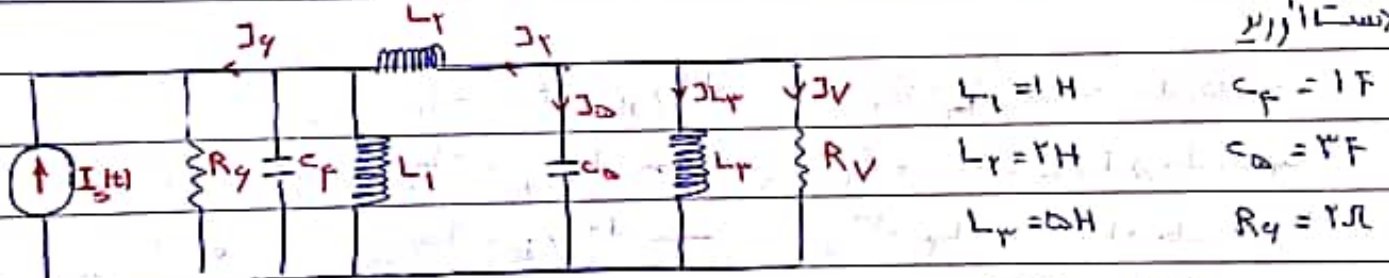
حال با داشتن چهار معادله a و b و c و d معادله حالت بدست می آید
 $\dot{x} = Ax + bw$

a
b
c
d

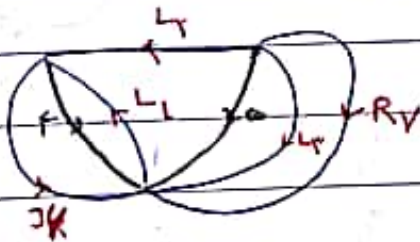
$\frac{d}{dt}$	V_{C_1}	$-0,4$	0	$-0,4$	0	V_{C_1}	$-0,4$	$V_S(t)$
	V_{C_2}	$-0,4$	0	$-0,4$	0	V_{C_2}	$0,4$	
	JL_3	0	$1,2$	0	$-0,8$	JL_3	0	
	JL_4	0	$0,8$	0	$-1,2$	JL_4	0	

$$\dot{x} = Ax + bw$$

مثال: شبیهی زیر در صورتی که بردار حالت را با پارامترها و دستا سلف در نظر بگیریم معادلات حالت شبیه را بدست آوریم



$$I_S(t) = 5 \cos t$$



خازن $\rightarrow J C = \frac{dq}{dt}$ $q = CV$
 سلف $\rightarrow J L = \frac{d\phi}{dt}$ $\phi = L \cdot J L$

$$C_1 KCL: J C_1 + J L_1 - J L_2 + J q = 0$$

$$\rightarrow \frac{dq}{dt} = -\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} - J q \quad \text{I نامقا}$$

$$I_s \text{ : } R_y \text{ : } KVL : V_y = V_f$$

$$I_y = V_y / R_y - I_s(t)$$

$$I_y = q_{f/c} / R_y - I_s(t) = q_{f/c} R_y - I_s(t) \quad (K)$$

$$I \text{ : } K \text{ : } \frac{dq_f}{dt} = -\phi_{f/1} + \phi_{f/y} - q_{f/yx} + I_s$$

$$\rightarrow \frac{dq_f}{dt} = -\phi_f + \phi_{f/y} - q_{f/yx} + \Delta cost \quad (A) \text{ كابل}$$

$$C_D \text{ : } KCL : I_{C_D} + I_{L_r} + I_{L_p} + I_{R_v} = 0$$

$$V_D = q_D / C_D \quad , \quad V_D = V_V$$

$$\frac{dq_D}{dt} = -\phi_{f/y} - \phi_{r/D} - q_{D/y} \quad (B) \text{ كابل}$$

$$L_1 \text{ : } KVL : V_{L_1} = V_{C_f} \quad \frac{d\phi_{f/1}}{dt} = q_{f/c} = q_f \quad (C) \text{ كابل}$$

$$L_r \text{ : } KVL : V_{L_r} + V_{C_f} - V_{C_D} = 0 \rightarrow \frac{d\phi_{f/1}}{dt} = -q_{f/1} + q_{D/y} \quad (D) \text{ كابل}$$

$$L_p \text{ : } KVL : V_{L_p} - V_{C_D} = 0 \rightarrow \frac{d\phi_{r/D}}{dt} = q_{D/C_D} \quad (E) \text{ كابل}$$

$$\dot{x} = Ax + bw$$

	q_f		$-1/y$	0	-1	$1/y$	0	q_f		1	
$\frac{d}{dt}$	q_D		0	-1	0	$-1/y$	$-1/D$	q_D		0	$\Delta cost$
	ϕ_f	$=$	1	0	0	0	0	ϕ_f	$+$	0	
	ϕ_r		-1	$1/y$	0	0	0	ϕ_r		0	
	ϕ_p		0	$1/y$	0	0	0	ϕ_p		0	

$$\dot{x} = Ax + bw$$

تبدیل لاپلاس و کاربرد آن در حل مسائل مابار :

تابع $f(t)$

یادآوری :

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt \longrightarrow \text{تبدیل لاپلاس تابع } f(t)$$

$$I \ L \{ f(t) \} = F(s) \quad L^{-1} \{ F(s) \} = f(t)$$

$$II \ L \{ c_1 f_1(t) + c_2 f_2(t) \} = c_1 F_1(s) + c_2 F_2(s)$$

$$III \ L \{ u(t) \} = 1/s$$

$$IV \ L \{ \sin \beta t \} = \beta / (s^2 + \beta^2)$$

$$I \ L \{ \delta(t) \} = 1$$

$$V \ L \{ e^{\pm \alpha t} f(t) \} = F(s \pm \alpha)$$

$$VI \ L \{ e^{-\alpha t} \} = 1/(s + \alpha)$$

$$VII \ L \{ \cos \beta t \} = s / (s^2 + \beta^2)$$

$$VIII \ L \{ e^{\alpha t} \} = 1/(s - \alpha)$$

$$IX \ L \{ e^{-\alpha t} \sin \beta t \} = \beta / ((s + \alpha)^2 + \beta^2)$$

$$X \ L \{ e^{-\alpha t} \cos \beta t \} = (s + \alpha) / ((s + \alpha)^2 + \beta^2)$$

$$XI \ \lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s F(s)$$

$$XII \ \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s F(s)$$

$$XIII \ L \{ df/dt \} = L(Df) = s F(s) - f(0^-)$$

$$XIV \ L \{ d^2 f / dt^2 \} = L(D^2 f) = s^2 F(s) - s f(0^-) - f'(0^-)$$

$$XV \ L \{ d^n f / dt^n \} = L(D^n f) = s^n F(s) - s^{n-1} f(0^-) - s^{n-2} f'(0^-) - \dots - f^{(n-1)}(0^-)$$

$$\text{۱۷ } L\left(\int_0^t f(t) dt\right) = L\left(\frac{1}{s} f(t)\right) = \frac{1}{s} F(s)$$

$$\text{۱۸ } L(t^n) = n! / s^{n+1}$$

مثال: اگر داشتیم $V_s = \frac{-34s^2 - 24s + 2}{12s^3 + 17s^2 + 4s}$ آنگاه $dV/dt(0^+)$ را محاسبه کنید.

$$y(t) = dV/dt(t) \rightarrow Y(s) = sV(s) - V(0^-)$$

$y(0^+)$ مسأله‌ای خواهد بود

پس داریم: $f(t) = \lim_{t \rightarrow 0} sF(s)$ ابتدا $V(0^-) = ?$ $f(t) = sF(s)$
 $t \rightarrow 0$ $s \rightarrow \infty$

$$V(0^-) = \lim_{t \rightarrow 0} s \frac{-34s^2 - 24s + 2}{12s^3 + 17s^2 + 4s} = -3 \quad V(0^-) = -3$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} y(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sY(s) \rightarrow Y(0^+) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \left[\frac{-34s^2 - 24s + 2}{12s^3 + 17s^2 + 4s} + 3 \right] = \lim_{s \rightarrow \infty} s \left[\frac{17s^2 + 24s}{12s^3 + 17s^2 + 4s} \right]$$

$$= \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{17s^3 + 24s^2}{12s^3 + 17s^2 + 4s} \rightarrow y(0^+) = \frac{17}{12} = 1.416$$

یعنی $y(0^+) = \frac{dV}{dt}(0^+)$

$$F(s) = \frac{P(s)}{Q(s)}$$

تجزیه به صورت لکسری حای جزئی:

۱. ریشه‌های $Q(s)$ ساده باشند (مکرر و مختلط نباشند)

۲. ریشه‌های $Q(s)$ مکرر باشند

۳. ریشه‌های $Q(s)$ مختلط باشند

المسألة الأولى

$$F(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{(s+1)(s+3)}{s(s+2)(s+4)}$$

نقسم على المقام

$$s=0 \\ s=-2 \\ s=-4$$

$$F(s) = \frac{k_1}{s} + \frac{k_2}{s+2} + \frac{k_3}{s+4}$$

$$k_1 = s F(s) \Big|_{s=0} = \frac{(s+1)(s+3)}{(s+2)(s+4)} \Big|_{s=0} = \frac{3}{10}$$

$$k_2 = (s+2) F(s) \Big|_{s=-2} = \frac{(s+1)(s+3)}{s(s+4)} \Big|_{s=-2} = \frac{1}{4}$$

$$k_3 = (s+4) F(s) \Big|_{s=-4} = \frac{(s+1)(s+3)}{s(s+2)} \Big|_{s=-4} = \frac{1}{10}$$

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1} F(s) \rightarrow F(s) = \frac{3}{10} \frac{1}{s} + \frac{1}{4} \frac{1}{s+2} + \frac{1}{10} \frac{1}{s+4}$$

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1} F(s) = \frac{3}{10} + \frac{1}{4} e^{-2t} + \frac{1}{10} e^{-4t}$$

المسألة الثانية

$$F(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{1}{s^2(s+1)^2(s+2)}$$

نقسم على المقام

$$s=0 \text{ (twice)} \\ s=-1 \text{ (twice)} \\ s=-2$$

$$F(s) = \frac{A}{s} + \frac{B}{s^2} + \frac{C}{(s+1)} + \frac{D}{(s+1)^2} + \frac{E}{s+2}$$

$$A = s F(s) \Big|_{s=0} = \frac{1}{(s+1)^2(s+2)} \Big|_{s=0} = \frac{1}{2}$$

$$B = \frac{d}{ds} \left(s^r F(s) \right) \Big|_{s=0} = \frac{d}{ds} \left(\frac{1}{(s+1)^r (s+r)} \right) \Big|_{s=0} = -\frac{r}{r!} \cdot \frac{1}{r!}$$

$$C = (s+1)^r F(s) \Big|_{s=-1} = \frac{1}{s^r (s+r)} \Big|_{s=-1} = \frac{1}{(-1)^r (r-1)!}$$

$$E = \frac{d}{ds} \left((s+1)^r F(s) \right) \Big|_{s=-1} = \frac{d}{ds} \left(\frac{1}{s^r (s+r)} \right) \Big|_{s=-1} = \frac{1}{(-1)^{r-1} (r-1)!}$$

$$K = (s+r) F(s) \Big|_{s=-r} = \frac{1}{s^r (s+1)^r} \Big|_{s=-r} = \frac{1}{(-r)^r (1-r)!}$$

$$F(s) = \frac{1}{s} + \frac{-1/r}{s} + \frac{1}{(s+1)^r} + \frac{1}{(s-1)} + \frac{1/r}{s+r}$$

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1} F(s) = \frac{1}{r!} t - \frac{1}{r!} + t e^{-t} + e^{-t} + \frac{1}{r!} e^{-rt}$$

مثال 6

$$F(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} \quad \text{حيث } P(s) \text{ و } Q(s) \text{ بزرگتر از } s$$

$$Q(s) = [s - (\alpha + j\beta)][s - (\alpha - j\beta)] \dots$$

$$F(s) = \frac{k}{s - (\alpha + j\beta)} + \frac{k^*}{s - (\alpha - j\beta)} + \dots$$

$$f(t) = k e^{(\alpha + j\beta)t} + k^* e^{(\alpha - j\beta)t}$$

$$k = [s - (\alpha + j\beta)] F(s) \Big|_{s=\alpha + j\beta} = \dots = |k| e^{j\theta k}$$

$$f(t) = |k| e^{j\theta k} e^{(\alpha + j\beta)t} + |k| e^{-j\theta k} e^{(\alpha - j\beta)t}$$

$$= |k| e^{\alpha t} \left[e^{j(Bt + \theta k)} + e^{-j(Bt + \theta k)} \right] = 2|k| e^{\alpha t} \cos(Bt + \theta k)$$

حفظی :

$$\mathcal{L}^{-1} \left[\frac{k}{s - (\alpha + j\beta)} + \frac{\bar{k}}{s - (\alpha - j\beta)} \right] = 2|k| e^{\alpha t} \cos(\beta t + \angle k)$$

$$k = [s - (\alpha + j\beta)] F(s) \quad s = \alpha + j\beta$$

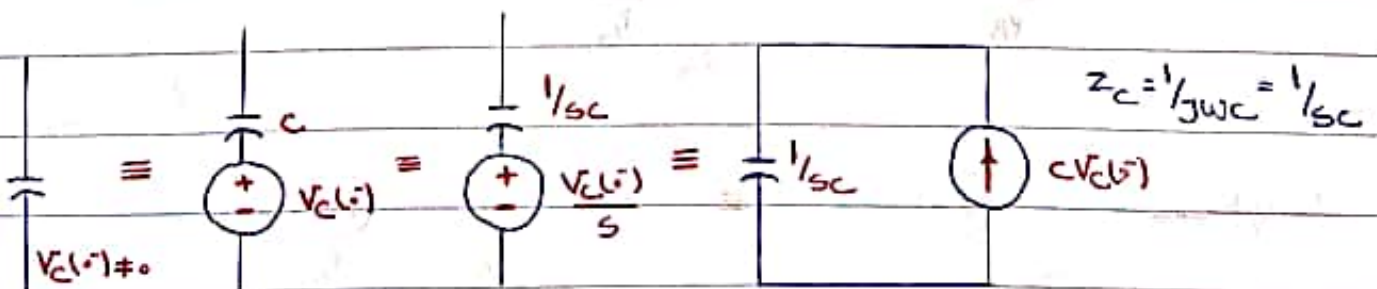
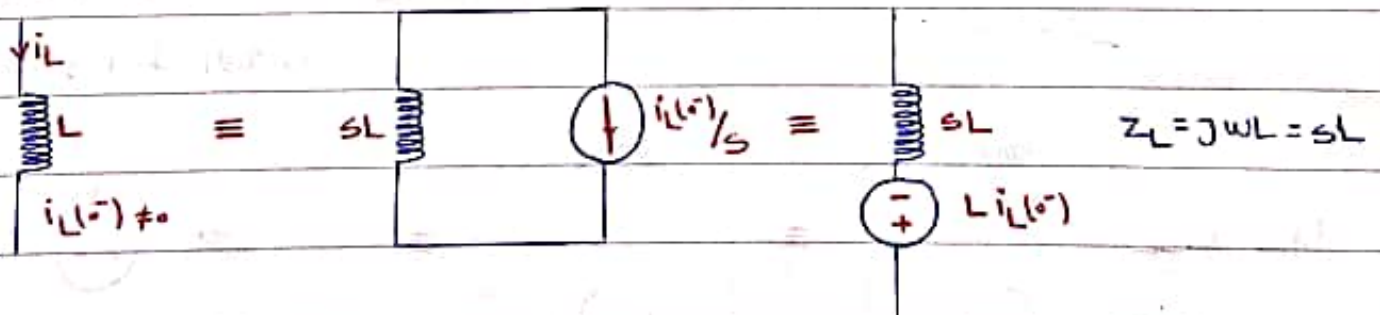
$$\frac{jx}{c} + \frac{-jx}{c} = 2 \cos x$$

نکته: تبدیل لاپلاس $V_f(s) = \frac{fs - f}{s^2 + 2s + f}$ را بسازید.

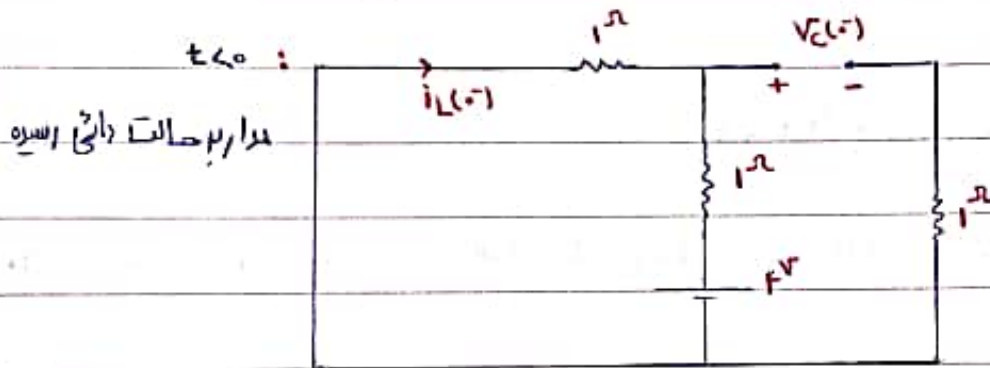
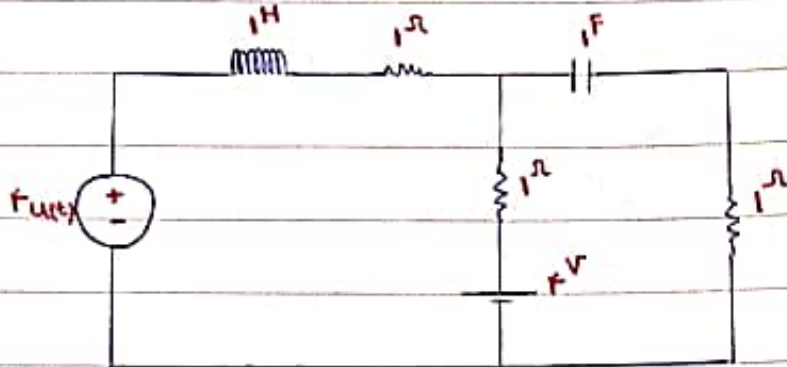
جواب آخر: $V_f(t) = te^{-t} \cos(\sqrt{3}t + 90^\circ)$

نکته: در حقیقت بر روی مدار در حوزه لاپلاس چنانچه سلف ها و خازن ها شرایط اولیه داشته باشند به صورت زیر

عمل می کنند یعنی ابتدا به جای سلف ها و خازن ها معادل را قرار می دهیم سپس آن را به حوزه لاپلاس می بریم

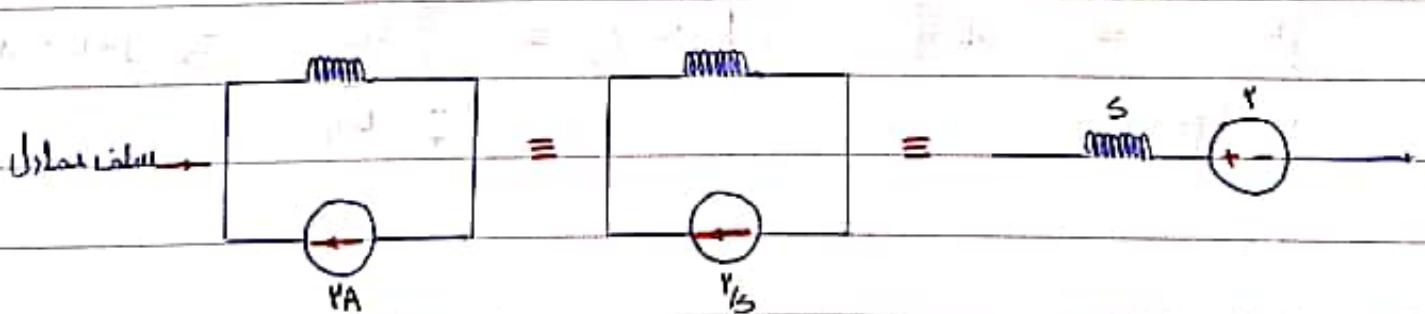


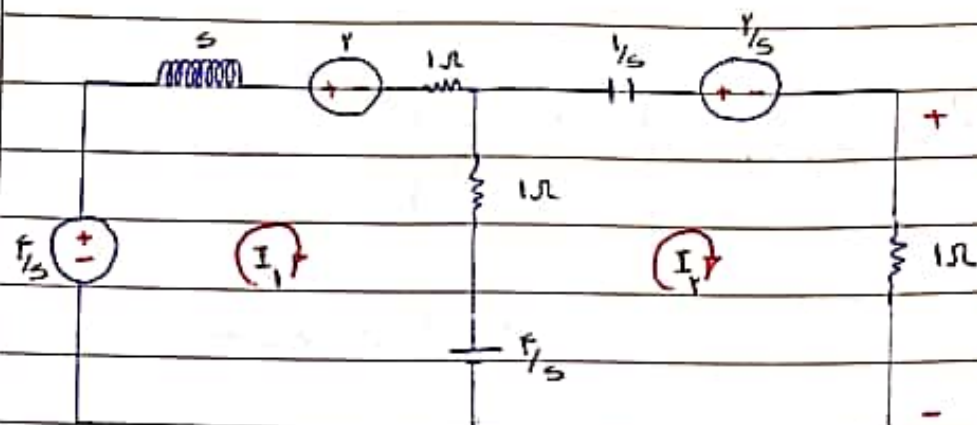
مثال: در $t < 0$ مدار مقابل در حالت دائمی است مدار برای تغییرات $V(t)$ را در $t > 0$ بدست آورید.



راه حل ۱: از طریق مدارات دیفرانسیل (برعکس داشته‌جو)

راه حل ۲: از طریق لاپلاس



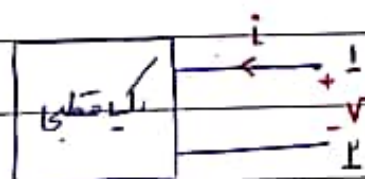


$$\begin{bmatrix} s+2 & -1 \\ -1 & 1/s+2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2/s \end{bmatrix}$$

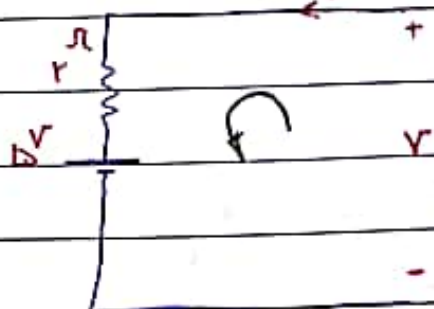
$$I_2 = \frac{2}{(s+1)^2} \quad I_2(t) = 2t e^{-t} = v(t)$$

دومقطبی ها:

عناصر دوقطبی که در عمل وجود دارند عبارت اند از: ۱- ترانزیستور، دیود، ۲- سلف، حاکا، ترانزیستور (لمپ)، ۳- ترانزیستور (لمپ) سرسینا ورودی و خروجی مشترک است.

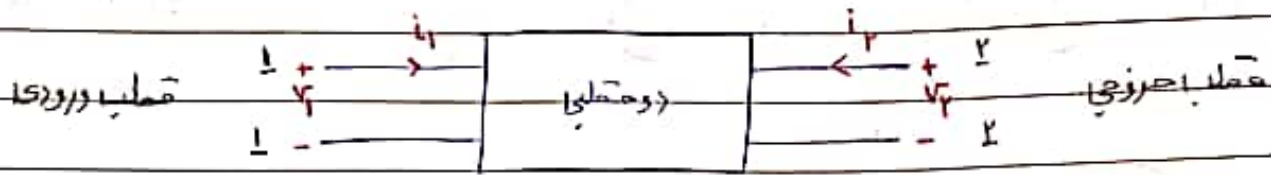


رابطه بین جریانی و ولتاژ از این یکای قطبی



$$-V + 2I + v = 0$$

$$v = 2I + V$$



روش های مشخص کردن دو محلی ها :

۱. با استفاده از پارامترهای ماتریس امپدانس مدار باز $[Z]$

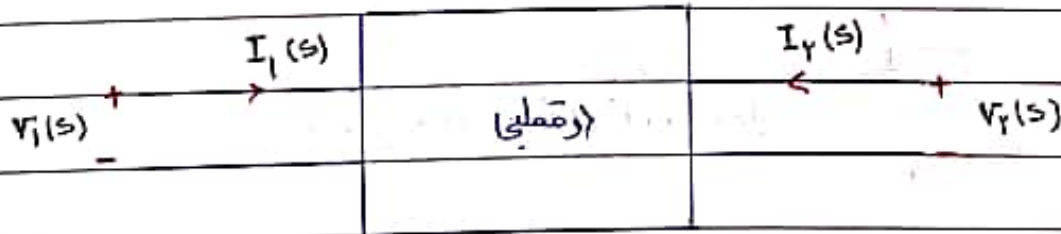
۲. با استفاده از پارامترهای ماتریس ادمیتانس مدار اتصال کوتاه $[Y]$

۳. با استفاده از پارامترهای ماتریس هایبرید $[H]$

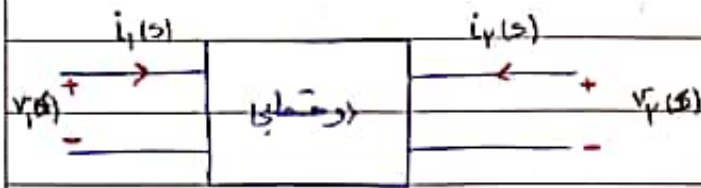
۴. با استفاده از پارامترهای ماتریس هایبرید $[G]$

۵. با استفاده از پارامترهای ماتریس انتقال $[T]$

۶. با استفاده از پارامترهای ماتریس انتقال $[T]$



۱. مشخص کردن دو محلی با ماتریس امپدانس مدار باز $[Z]$



$$Z = V/I \rightarrow V = Z \cdot I$$

V_1	Z_{11}	Z_{12}	I_1
V_2	Z_{21}	Z_{22}	I_2

تغییرهای وابسته

تغییرهای مستقل

$$\begin{cases} V_1(s) = Z_{11} I_1(s) + Z_{12} I_2(s) \\ V_2(s) = Z_{21} I_1(s) + Z_{22} I_2(s) \end{cases}$$

$$Z_{11}(s) = V_1(s)/I_1(s) \quad \left| \quad I_2(s) = 0 \right.$$

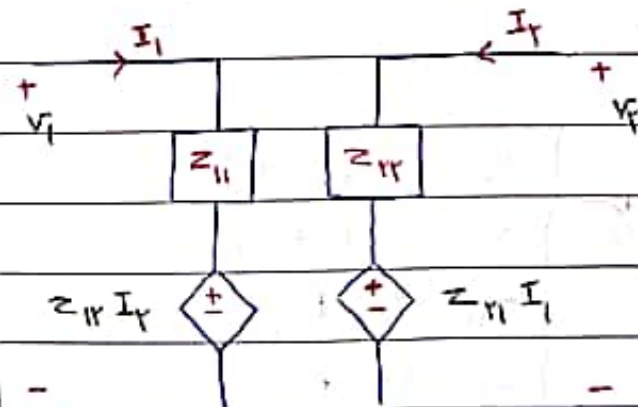
$$Z_{21}(s) = V_2(s)/I_1(s) \quad \left| \quad I_2(s) = 0 \right.$$

$$Z_{12}(s) = V_1(s)/I_2(s) \quad \left| \quad I_1(s) = 0 \right.$$

$$Z_{22}(s) = V_2(s)/I_2(s) \quad \left| \quad I_1(s) = 0 \right.$$

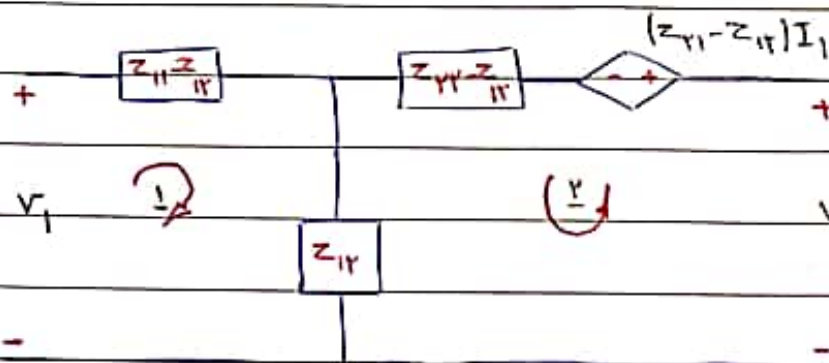
چنانچه برای استرهای ماتریس Z به هر محاسباتی یا از طریق آزمایش معلوم باشد مدار معادل دو محلی می تواند

به صورت زیر باشد



الف) مدار معادل با دو منبع وابسته

بیا مدار معادل بار به منبع وابسته یا مدار معادل T



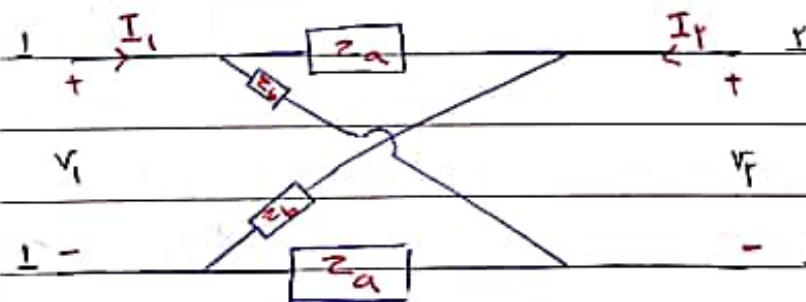
$$\text{KVL 1: } V_1 = (Z_{11} - Z_{12}) I_1 + Z_{12} (I_1 + I_2) = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2$$

$$\text{KVL 2: } V_2 = (Z_{21} - Z_{12}) I_1 + (Z_{22} - Z_{12}) I_2 + Z_{12} (I_1 + I_2) = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2$$

نکته ۱: اگر $Z_{11} = Z_{22}$ دو محلی را متقابل گویند

نکته ۲: اگر $Z_{12} = Z_{21}$ دو محلی را متقابل گویند

مثال: دو محلی شکل زیر را ترسیم کنید و مدار بار را به دست آورید.



$$V = Z \cdot I$$

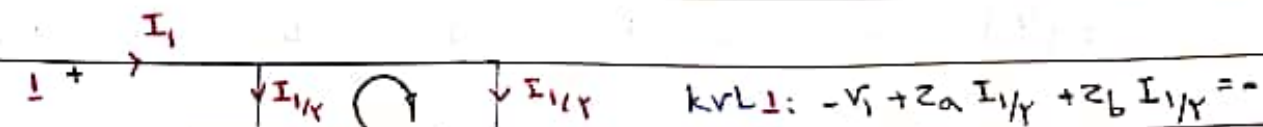
$$V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2$$

$$V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$Z_{11} = V_1 / I_1 \quad | \quad I_2 = 0$$

$$Z_{21} = V_2 / I_1 \quad | \quad I_2 = 0$$

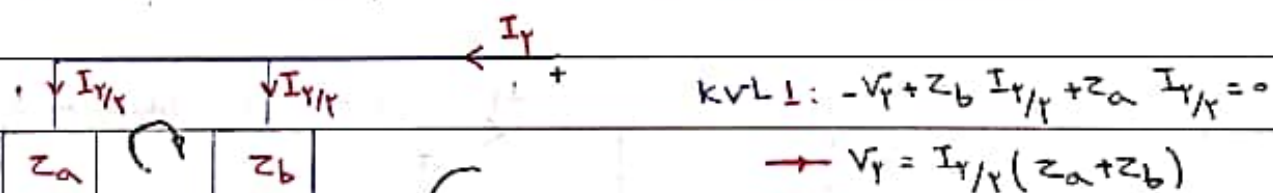


$Z_{11} = V_1 / I_1 \big|_{I_y=0} = \frac{Z_a + Z_b}{1} \quad (*)$

KVL 2: $-V_y - Z_a I_{1/y} + Z_b I_{1/y} = 0 \rightarrow V_y = I_{1/y} (Z_b - Z_a)$

$Z_{11} = V_y / I_1 \big|_{I_y=0} = \frac{Z_b - Z_a}{1} \quad (*)$

$Z_{12} = V_y / I_y \big|_{I_1=0}$
 $Z_{12} = V_1 / I_y \big|_{I_y=0}$



$Z_{12} = V_y / I_y \big|_{I_1=0} = \frac{Z_a + Z_b}{1}$

KVL 2: $-V_1 - Z_a I_{1/y} + Z_b I_{1/y} = 0$

$\rightarrow V_1 = I_{1/y} (Z_b - Z_a)$

$\rightarrow Z_{12} = V_1 / I_y \big|_{I_1=0} = \frac{Z_b - Z_a}{1}$

Z =	$\frac{Z_a + Z_b}{1}$	$\frac{Z_b - Z_a}{1}$
	$\frac{Z_b - Z_a}{1}$	$\frac{Z_a + Z_b}{1}$

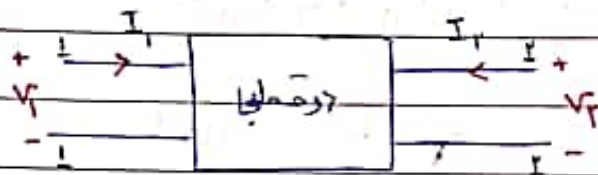
$Z_a = 1$
 $Z_b = 1$

3	1
1	3

در این دو معادله $Z_{11} = Z_{22}$ متقابل

$Z_{12} = Z_{21}$ متقابل

۲. مستخرجان را با استفاده از ماتریس درامانتال نوشتن: $[Y]$



$$I = Y \cdot V$$

I_1	Y_{11}	Y_{12}	V_1
I_2	Y_{21}	Y_{22}	V_2

$$I_1(s) = Y_{11}(s) V_1(s) + Y_{12}(s) V_2(s)$$

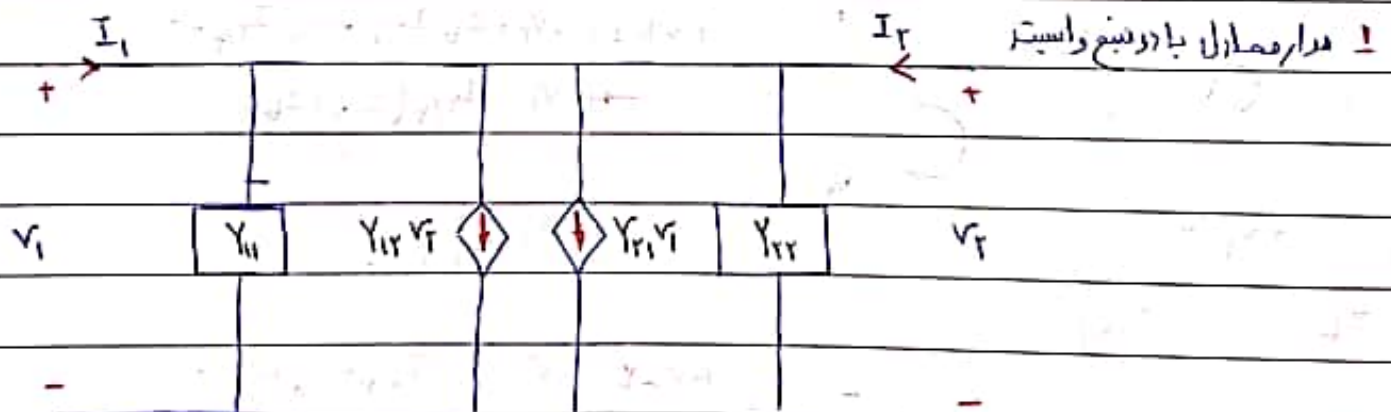
$$I_2(s) = Y_{21}(s) V_1(s) + Y_{22}(s) V_2(s)$$

$$Y_{11}(s) = I_1(s) / V_1(s) \mid V_2 = 0$$

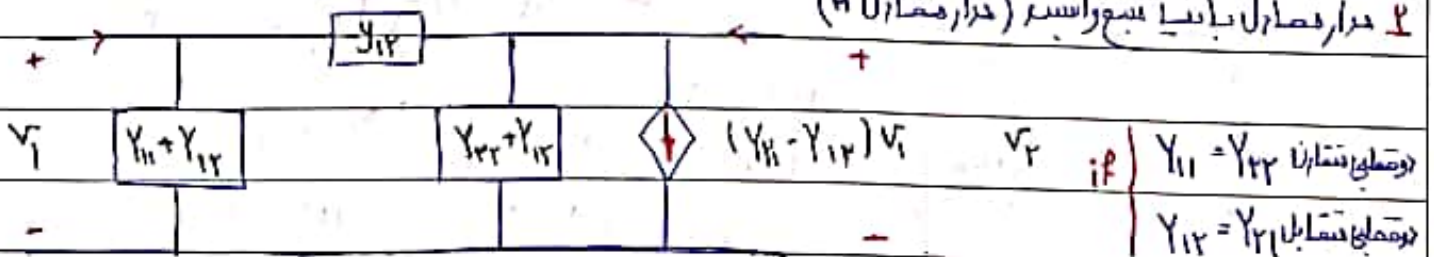
$$Y_{12}(s) = I_1(s) / V_2(s) \mid V_1 = 0$$

$$Y_{21}(s) = I_2(s) / V_1(s) \mid V_2 = 0$$

$$Y_{22}(s) = I_2(s) / V_2(s) \mid V_1 = 0$$



۳. درامانتال با استفاده از منبع وابسته (درامانتال H)



۳. مشخص کردن «وهمیلی با داترسا» حایرید [H]:

تغییرهای وابسته: V_1 و I_2

تغییرهای مستقل: V_2 و I_1

V_1	H_{11}	H_{12}	I_1	$\rightarrow$	$V_1 = H_{11}I_1 + H_{12}V_2$
I_2	H_{21}	H_{22}	V_2		$I_2 = H_{22}V_2 + H_{21}I_1$

وابسته

مستقل

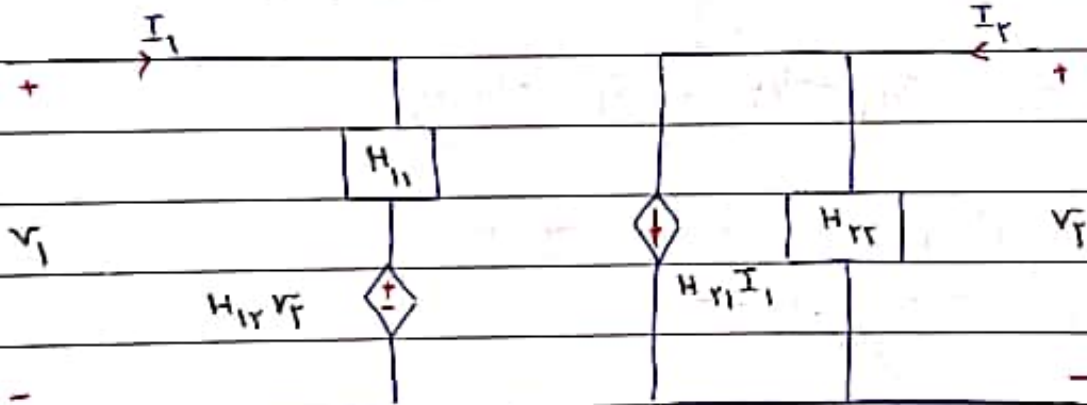
$$H_{11} = V_1/I_1 \mid V_2=0 \rightarrow H_i$$

$$H_{21} = I_2/I_1 \mid V_2=0 \rightarrow H_F$$

$$H_{12} = V_1/V_2 \mid I_1=0 \rightarrow H_r$$

$$H_{22} = I_2/V_2 \mid I_1=0 \rightarrow H_o$$

مدار معادل:



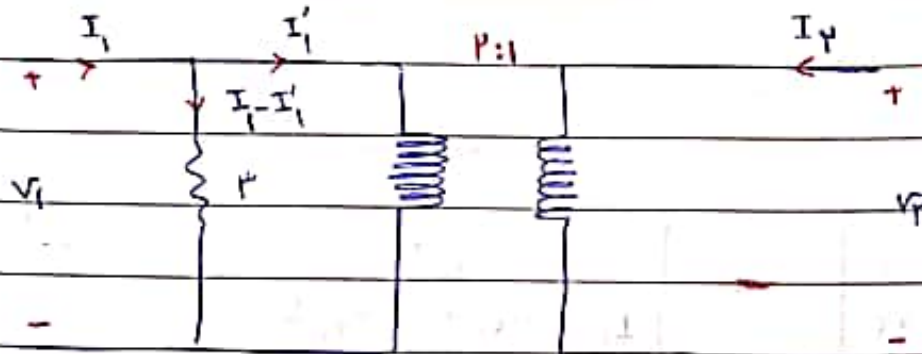
if $H_{12} = -H_{21}$ then «وهمیلی متقابل»

IF $\Delta H = 1$ متقابل

«ترسایان داترسا» H

H_{11}	H_{12}	$\rightarrow$ «ترسایان داترسا» ΔH
H_{21}	H_{22}	

مثال: یار استرهای ماتریسیا حایبرید [H] در دوقطبی شکل زیر بررسی آاورید.



دارد:

$$V_1 = H_{11}I_1 + H_{12}V_2$$

$$I_2 = H_{21}I_1 + H_{22}V_2$$

در ترانسها داریم: $V_1/V_2 = N_1/N_2 = -I_2/I_1 \rightarrow V_1/V_2 = N_1/N_2 = 2 \rightarrow V_2 = 2V_1$

$$I_1'/I_2 = -N_2/N_1 = -1/2 \rightarrow I_1' = -1/2 I_2$$

$$H_{11} = V_1/I_1 \mid V_2=0 \rightarrow V_1 = 2V_2 = 2 \times 0 = 0 \rightarrow H_{11} = 0$$

$$H_{21} = I_2/I_1 \mid V_2=0 = -2I_1'/V_1 + I_1' = -2$$

$$H_{22} = V_1/V_2 \mid I_1=0 = 2V_2/V_2 = 2$$

$$H_{12} = I_2/V_2 \mid I_1=0 = -2I_1'/V_2 = -2(I_1 - V_1/2)/V_2 = 2V_1/2V_2 = 1 \times 2V_1/2V_2 = 1/2$$

$H =$	0	2
	-2	1/2

, $H_{12} = -H_{21}$ در دوقطبی متقابل

۴. مشخصات نوزن دو قطبی با حایرید $[G]$:

I_1	G_{11}	G_{12}	V_1
V_2	G_{21}	G_{22}	I_2

وابسته

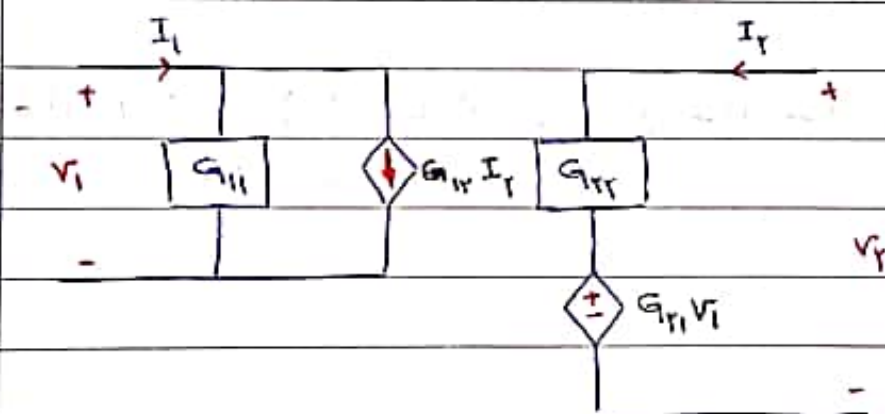
مستقل

$$I_1 = G_{11} V_1 + G_{12} I_2$$

$$V_2 = G_{21} V_1 + G_{22} I_2$$

$$\left. \begin{aligned} G_{11} &= I_1 / V_1 \mid I_2 = 0 \\ G_{12} &= I_1 / I_2 \mid V_1 = 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} G_{21} &= V_2 / V_1 \mid I_2 = 0 \\ G_{22} &= V_2 / I_2 \mid I_1 = 0 \end{aligned} \right\}$$



۵. مشخصات نوزن دو قطبی با استفاده از ماتریس انتقال $[T]$:

V_1	A	B	V_2
I_1	C	D	$-I_2$

تغییر وابسته

تغییر مستقل

$$V_1 = AV_2 - BI_2$$

$$A = V_1/V_2 \mid I_2=0$$

$$B = -V_1/I_2 \mid V_2=0$$

$$I_1 = CV_2 - DI_2$$

$$C = I_1/V_2 \mid I_2=0$$

$$D = -I_1/I_2 \mid V_2=0$$

اگر $A=D$ دو قطبی متوازن

$$\Delta T = 1 \quad (A D - B C = 1) \text{ دو قطبی متقابل است}$$

۴ مشخصات فورن دو قطبی با استفاده از ماتریس انتقال $[T]$:

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix}$$

$$V_2 = A'V_1 + B'I_1$$

$$-I_2 = C'V_1 + D'I_1$$

متغیر وابسته

متغیر مستقل

* اگر $\Delta T' = 1$ ($A'D' - B'C' = 1$) دو قطبی متقابل است

$$A' = V_2/V_1 \mid I_1=0$$

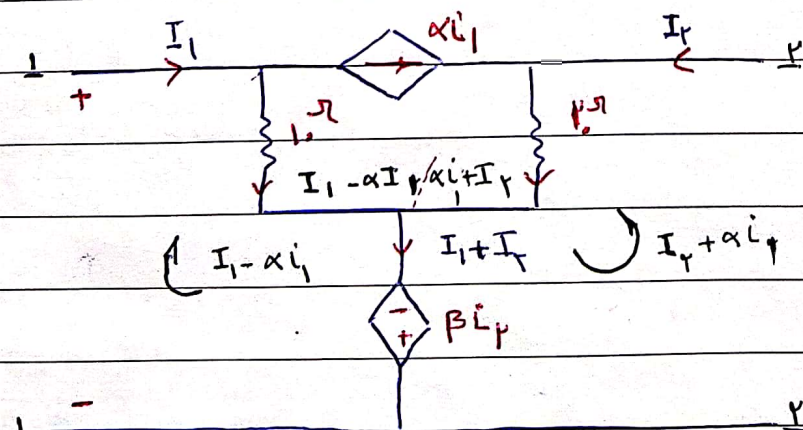
$$C' = -I_2/V_1 \mid I_1=0$$

$A'=D'$: دو قطبی متوازن است

$$B' = V_2/I_1 \mid V_1=0$$

$$D' = -I_2/I_1 \mid V_1=0$$

مثال: در دو قطبی شکل زیر مقادیر α و β حقیق باشند تا با اشرهای حابیر H_{12} و H_{21} مساوی برابر



$$\alpha = -10/\mu \quad \beta = 4 \quad (1)$$

$$\beta = 40/\mu \quad \alpha = 4$$

$$\alpha = -2/\mu \quad \alpha = -6 \quad (3)$$

$$\beta = 40/\mu \quad \beta = 40$$

$$\left. \begin{aligned} -V_1 + I_0(I_1 - \alpha I_1) - \beta I_r &= 0 \\ -V_r + I_0(I_r + \alpha I_1) - \beta I_r &= 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{aligned} V_r &= I_r(\gamma_0 - \beta) + \gamma_0 \alpha I_1 \\ V_1 &= (1_0 - I_0 \alpha_1) I_1 - \beta I_r \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{1r} \\ H_{r1} & H_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_r \end{bmatrix} \rightarrow \begin{aligned} V_1 &= H_{11} I_1 + H_{1r} V_r \\ I_r &= H_{r1} I_1 + H_{rr} V_r \end{aligned}$$

$$H_{1r} = V_1/V_r \mid I_1=0 \rightarrow \begin{aligned} V_r &= I_r(\gamma_0 - \beta) \\ V_1 &= I_r(-\beta) \end{aligned} \rightarrow H_{1r} = \gamma = \frac{\beta}{\gamma_0 + \beta} \rightarrow \beta = \gamma_0$$

$$H_{r1} = I_r/I_1 \mid V_r=0 \rightarrow \begin{aligned} V_r &= I_r(\gamma_0 - \beta) + \gamma_0 \alpha I_1 \\ V_r &= 0 \rightarrow I_r(\gamma_0 - \beta) = -\gamma_0 \alpha I_1 \end{aligned} \rightarrow \frac{I_r}{I_1} = H_{r1} = -\gamma = \alpha$$

ترکیب دو قطبی ها :

۱ اتصال زنجیره ای دو قطبی ها

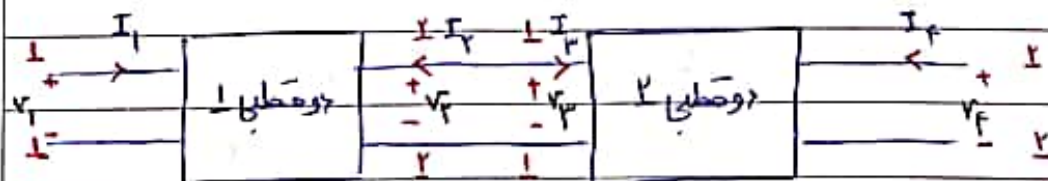
۲ ترکیب سری - سری

۳ ترکیب موازی - موازی

۴ ترکیب سری - موازی

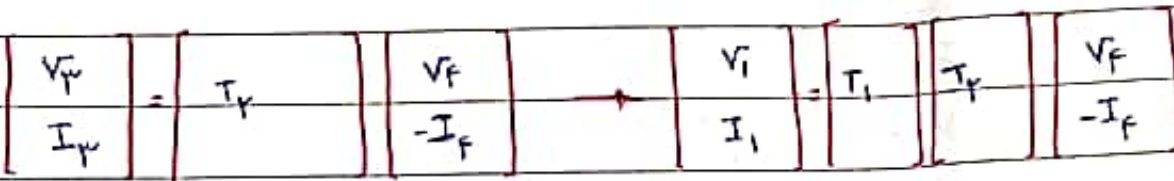
۵ ترکیب موازی - سری

۱ ترکیب زنجیره ای



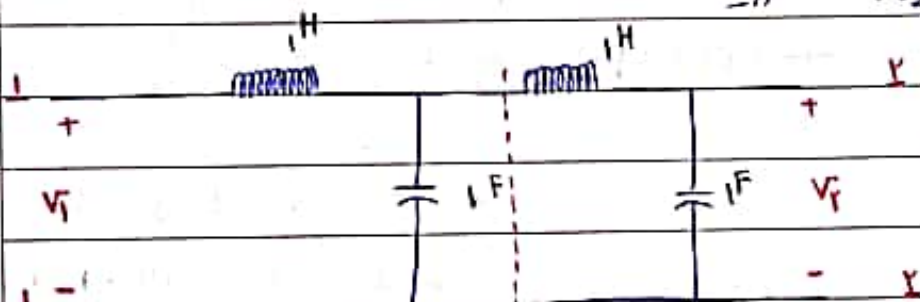
$$V_2 = V_3$$

$$I_2 = -I_3$$

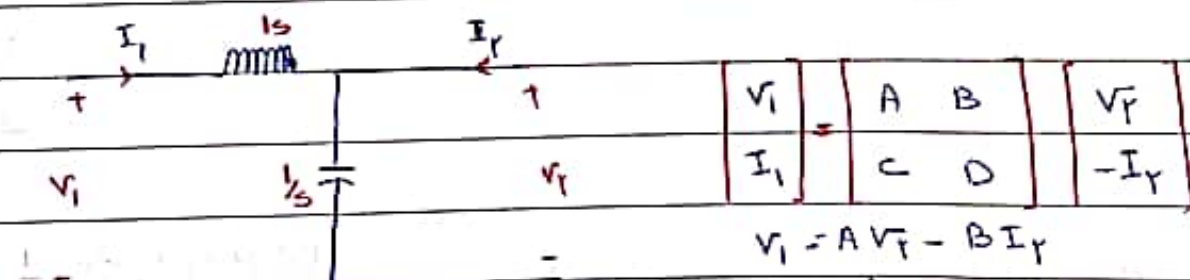


$$T_{total} = T_1 T_2 \dots$$

مثال: ماتریس انتقال دو حلقی شکل زیر را بدست آورید.



با نگاه کردن در مدار مشخص است که از دو حلقی به صورت زنجیره ای تشکیل شده است.



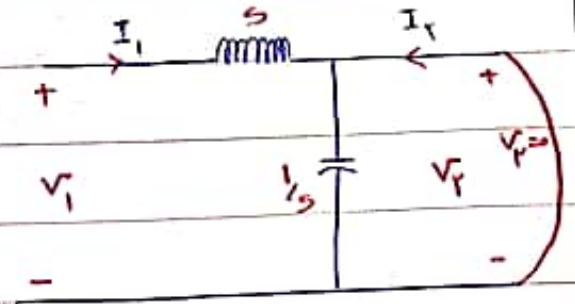
$C = I_1/V_2 \mid I_2 = 0$

$I_1 = s I_1$

$$B = -V_1/I_r \mid V_r = 0$$

$$D = -I_1/I_r \mid V_r = 0$$

$$B = -(1+sI_1) / I_r \quad I_r = -I_1 \quad B = s$$

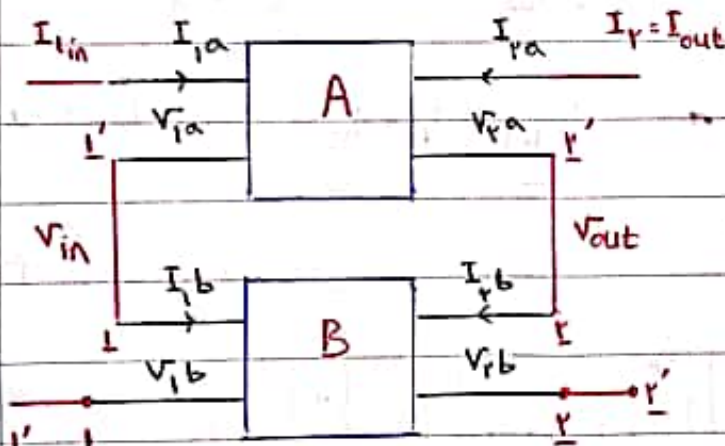


$$D = -I_1/I_r = 1$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} s+1 & s \\ s & 1 \end{bmatrix}$$

$$T = T_1 \cdot T_r = \begin{bmatrix} s+1 & s \\ s & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s+1 & s \\ s & 1 \end{bmatrix}$$

۱ ترکیب سری-سری :



$$\begin{bmatrix} V_{in} \\ V_{out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{1a} + V_{1b} \\ V_{1a} + V_{1b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{1a} \\ V_{1a} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_{1b} \\ V_{1b} \end{bmatrix}$$

$$I_{in} = I_{1a} = I_{1b}$$

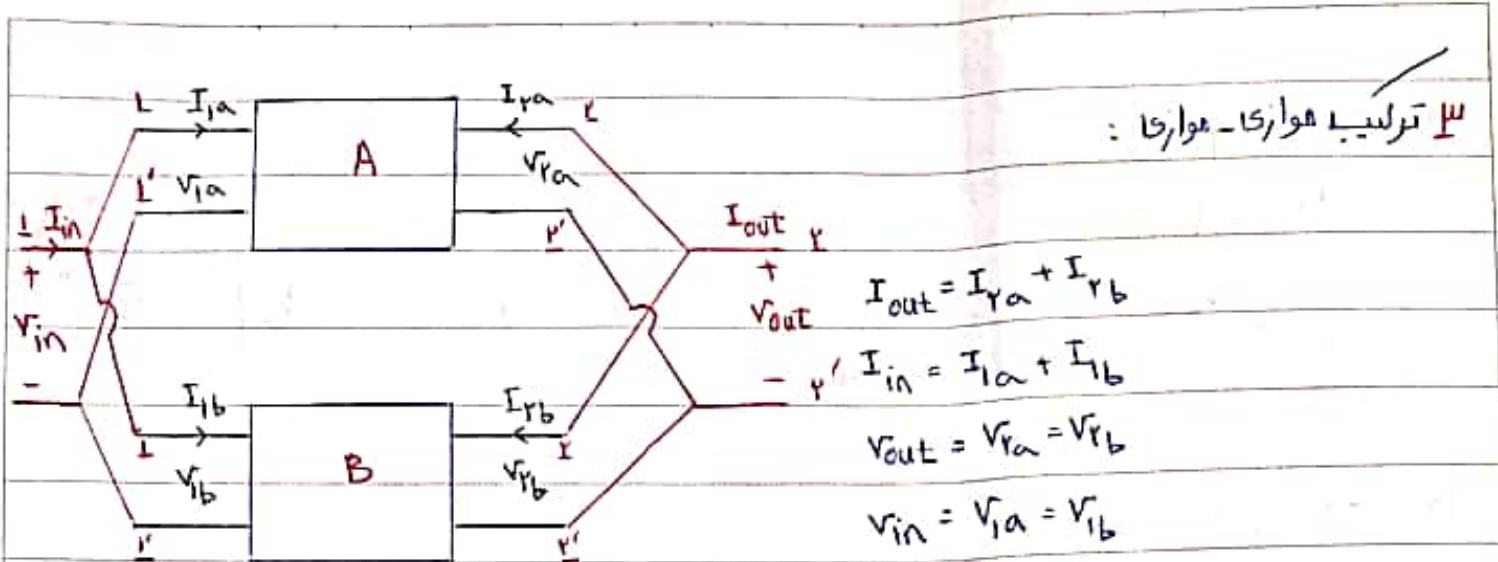
$$I_{out} = I_{1a} = I_{1b}$$

$$= [Z_A] \begin{bmatrix} I_{1a} \\ I_{1a} \end{bmatrix} + [Z_B] \begin{bmatrix} I_{1b} \\ I_{1b} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{in} \\ V_{out} \end{bmatrix} = [Z_A + Z_B] \begin{bmatrix} I_{in} \\ I_{out} \end{bmatrix}$$

$$\text{در بار ترکیب سری-سری} : \begin{bmatrix} V_1 \\ V_r \end{bmatrix} = [Z] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_r \end{bmatrix}$$

$$Z_{total} = Z_A + Z_B + \dots$$



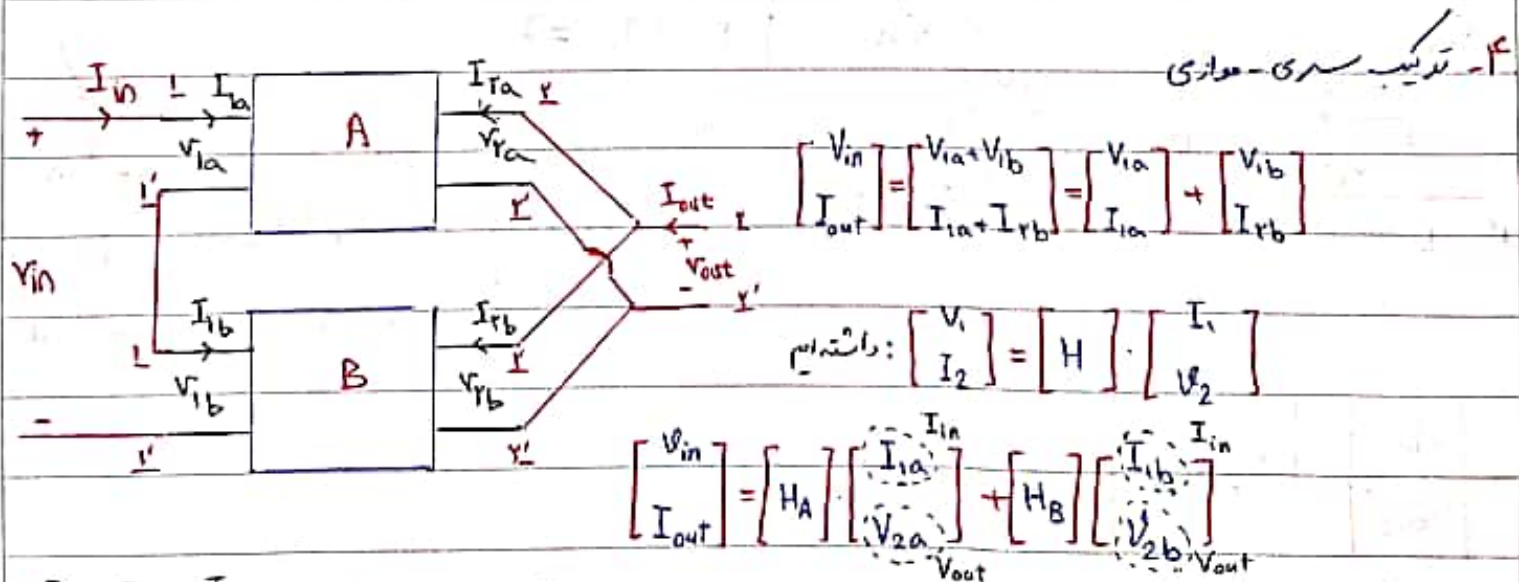
$$\begin{bmatrix} I_{in} \\ I_{out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{la} + I_{lb} \\ I_{ra} + I_{rb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{la} \\ I_{ra} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{lb} \\ I_{rb} \end{bmatrix}$$

معادله: $\begin{bmatrix} I_l \\ I_r \end{bmatrix} = Y \begin{bmatrix} V_l \\ V_r \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} I_{in} \\ I_{out} \end{bmatrix} = Y_A \begin{bmatrix} V_{la} \\ V_{ra} \end{bmatrix} + Y_B \begin{bmatrix} V_{lb} \\ V_{rb} \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} I_{in} \\ I_{out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_A + Y_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{in} \\ V_{out} \end{bmatrix} \rightarrow Y_{total} = Y_A + Y_B$

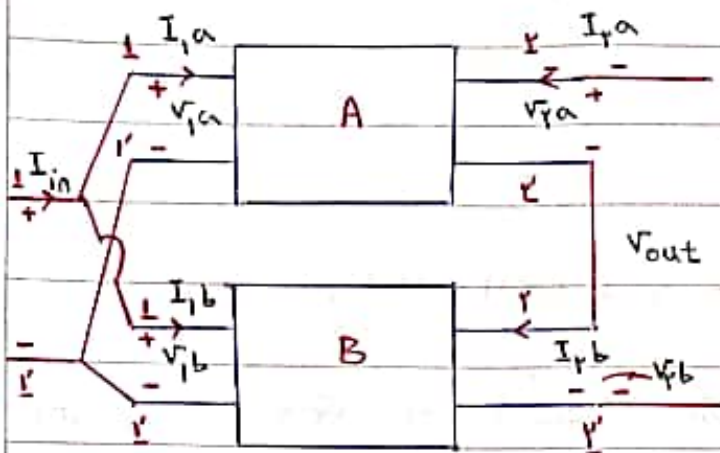
ترکیب موازی - موازی



$I_{in} = I_{la} = I_{lb}$
 $V_{in} = V_{la} + V_{2b}$
 $I_{out} = I_{2a} + I_{2b}$
 $V_{out} = V_{2a} = V_{2b}$

$\begin{bmatrix} V_{in} \\ I_{out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_A + H_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{in} \\ V_{out} \end{bmatrix} \Rightarrow H_{total} = H_A + H_B + \dots$

ترکیب موازی-سری :



$$V_{out} = V_{1a} + V_{1b}$$

$$I_{in} = I_{1a} + I_{1b}$$

$$\text{داریم: } \begin{bmatrix} I_1 \\ V_1 \end{bmatrix} = G \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix}$$

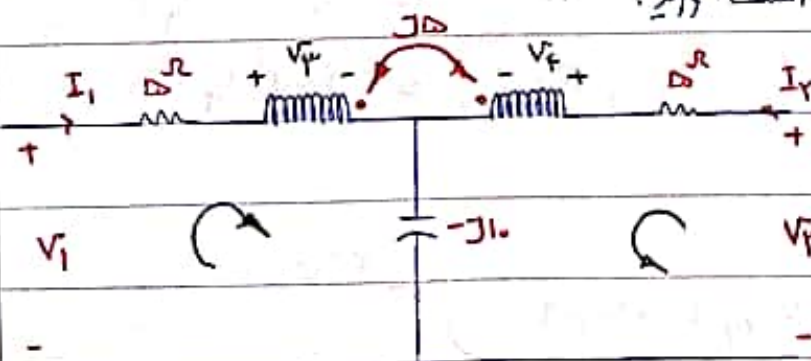
$$\begin{bmatrix} I_{in} \\ V_{out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{1a} + I_{1b} \\ V_{1a} + V_{1b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{1a} \\ V_{1a} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{1b} \\ V_{1b} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} G_A \\ V_{1a} \\ I_{1a} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_B \\ V_{1b} \\ I_{1b} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} I_{in} \\ V_{out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_A + G_B \\ V_{in} \\ I_{out} \end{bmatrix}$$

$$G_{total} = G_A + G_B + \dots$$

ترکیب موازی-سری

مثال: برای استخراج ماتریس انتقال T دو قطبی زیر را به دست آورید.



$$\text{ساختار تدریجی: } \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\text{KVL: } V_1 = \Delta I_1 + V_f - j\omega (I_1 + I_2)$$

$$\text{KVL: } V_2 = \Delta I_2 + V_f - j\omega (I_1 + I_2)$$

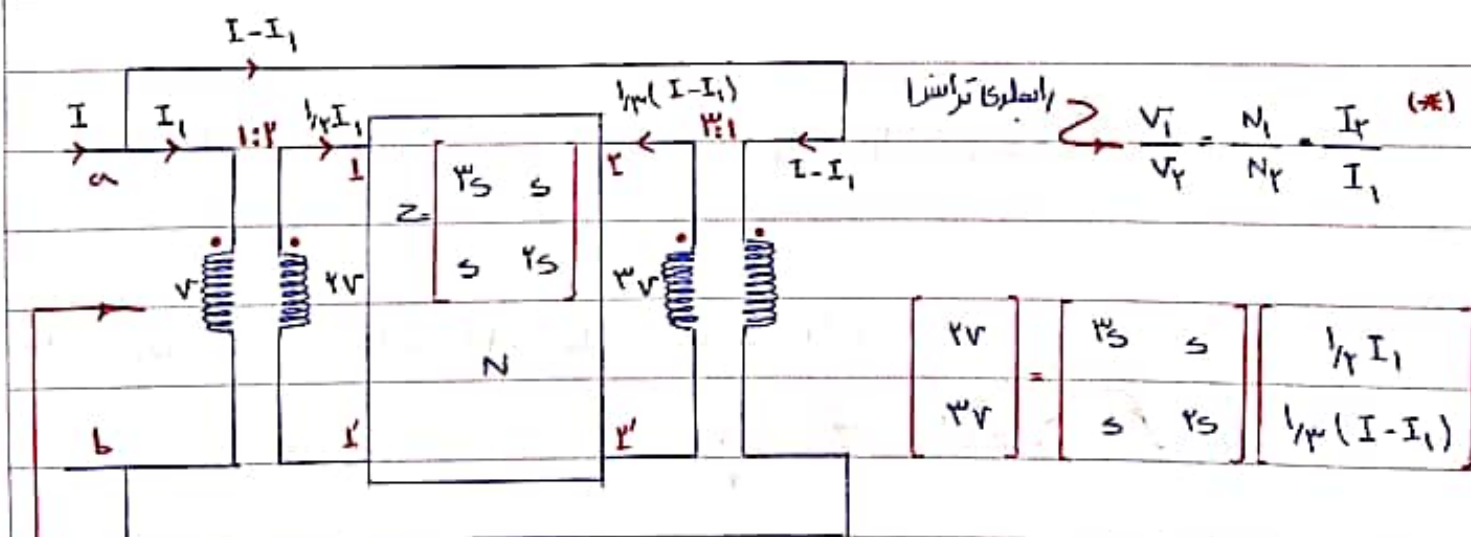
$$\begin{cases} V_1 = (\Delta + j\omega) I_1 - j\omega I_2 & \text{(I)} \\ V_2 = -\omega j I_1 + (\Delta + j\omega) I_2 & \text{(II)} \end{cases}$$

$$\text{جایگزینی (I) در (II) \rightarrow I_1 = 0.5 j V_2 + (1-j) I_2 \quad \text{(A)}$$

$$\rightarrow V_1 = (j-1) V_2 + (1-\omega j) I_2 \quad \text{(B)}$$

$$B, A \rightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j-1 & -1+\omega j \\ 0.5j & j-1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

مثال: در شلای زیر با توجه به ماتریس پایداری داده شده برای دو مقلبی N پایداری را برای سرهای A و B بررسی کنید و پاسخ را در زیر بنویسید.



$$Z_{in} = ?$$

$$V_1 = L_1 I_1 + M I_1 + M I_2 = (L_1 + M) I_1 + M I_2$$

$$V_2 = M I_1 + L_2 I_1 + L_3 I_2 = (M + L_2) I_1 + L_3 I_2$$

$$V_2 = 10 \angle 0^\circ = 10 \angle 0^\circ$$

$$Z_{in} = V_1 / I_1 = 10 \angle 0^\circ / 1 \angle 0^\circ = 10 \angle 0^\circ$$

تابع شبیه :

$$H(s) = Z(s) = \frac{V_1(s)}{I_1(s)}$$

۱. امپدانس معطلی تحریک (اوردر) (۱)

$$H(s) = Z(s) = \frac{V_1(s)}{I_1(s)}$$

۲. امپدانس انتقال

$$H(s) = Y(s) = \frac{I_1(s)}{V_1(s)}$$

۳. ادیتانس معطلی تحریک (اوردر) (۱)

$$H(s) = Y(s) = \frac{I_2(s)}{V_1(s)}$$

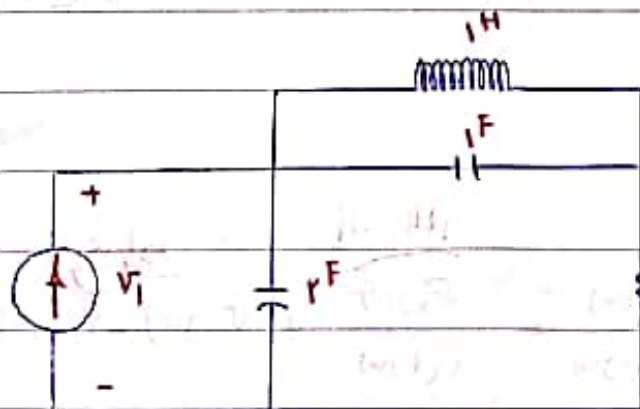
۴. ادیتانس انتقال

$$H_{V_r}(s) = \frac{V_r(s)}{V_1(s)}$$

۵. نسبت انتقال ولتاژ

$$H_I(s) = \frac{I_r(s)}{I_1(s)}$$

۶. نسبت انتقال جریان



مثال: امپدانس شبیه از سر را بدست آورید.

$$Z(s) = \frac{1}{r_s} \parallel [1 + (s \parallel \frac{1}{s})]$$

$$s \parallel \frac{1}{s} = \frac{s \times \frac{1}{s}}{s + \frac{1}{s}} = \frac{s}{s^2 + 1}$$

$$1 + [s \parallel \frac{1}{s}] = \frac{s^2 + s + 1}{s^2 + 1}$$

$$V_1(s) = Z(s) = \frac{1}{r_s} \times \frac{s^2 + s + 1}{s^2 + 1}$$

$$I_1(s) = \frac{1}{r_s} + \frac{s^2 + s + 1}{r_s + s^2 + 1}$$

الگورتابع شلجی یک برابر $H(s)$ باشد :

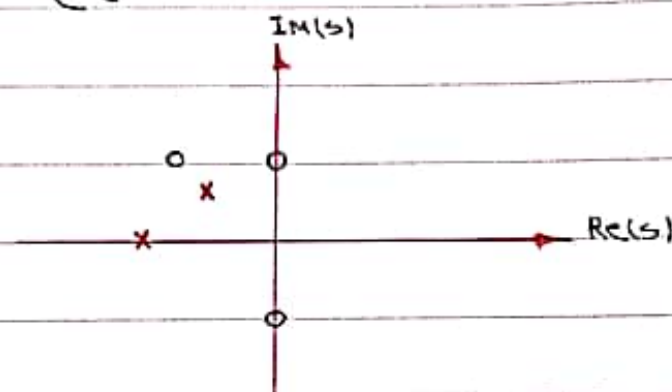
$$H(s) = \frac{a_0 s^M + a_1 s^{M-1} + \dots + (a_{M-1})s + a_M}{b_0 s^N + b_1 s^{N-1} + \dots + (b_{N-1})s + b_N}$$

$$H(s) = \frac{a_0}{b_0} \times \frac{\prod_{i=1}^M (s - q_i)}{\prod_{j=1}^N (s - p_j)}$$

ضرب چند تابع

رفتار در تواسم این صفر و مقطب ها تعیین می گردد → ۱. ریشه های صورت تابع = صفرهای تابع شلجی
۲. ریشه های مخرج تابع = مقطب های تابع شلجی

فراشیا با ۰ فراشیا با x



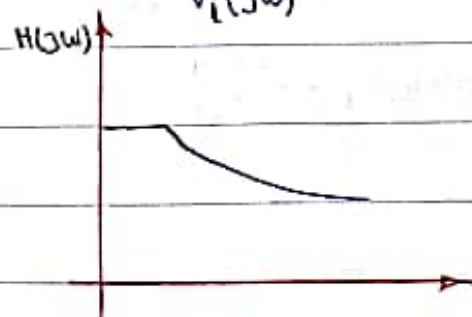
پاسخ فرکانس :

$H(j\omega)$ → پیاپی تابعی شود زیرا دایره زاویه دارد

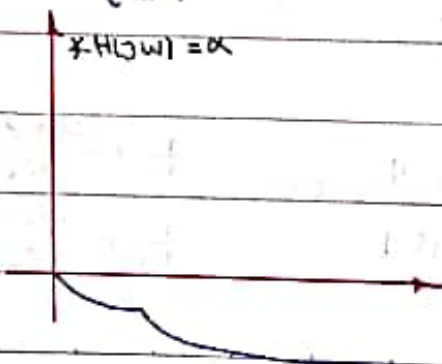
مغز : $H(j\omega) = \alpha$

$$H(j\omega) = |H(j\omega)| \angle \alpha$$

$$H(j\omega) \triangleq \frac{V(j\omega)}{V_i(j\omega)} \quad \text{در واقع} \quad H(j\omega) = \frac{V(j\omega) \angle \alpha}{V_i(j\omega) \angle \alpha} = \frac{V(j\omega)}{V_i(j\omega)} \angle \alpha$$



نتیجه های اضافه با توجه به نوع تابع به دست می آید



کاربرد علی از بحث تابع شلر :

اخیراً از بحث مربوط به تابع شلر درستی بر ناک پاسخ فرگاسی استفاده می شود (FRA)

در واقع این تست ابتدا تابع شلر را تجویز می دهد (به عنوان مثال ترانس فورت) و با بدست آوری آن نتایج این تست

به عنوان سرنوی در شناسنامه تجویز ثبت می شود و همراه با تجویز باقی می ماند از طریق فلان است این تجویز در

محل (سیت، ...) برای سال های زیادی کار کند، اگر تجویز شلر بیرون از چنانچه تست FRA بر روی

تجویز تکرار دارد باید نتایج با تست قبلی در کارخانه انجام شده است یکی باشد، چنانچه مغایرتی با تست قبلی

مشاهده شود یعنی تجویز مشکل دارد که خود این شناسایی عیب کار تصدیق می آید بالایی را می طلبد این تست نسبتاً

جود بوده و هنوز تصدیقات روی آن ادامه دارد.

چنانچه تجویز با عنوان مثال در ۴ سال قبل تولید شده باشد و این تست بر روی آن انجام نرفته باشد با تجویز

مشام خود میسر شود چنانچه تجویز مشام بیرون شود یا فایده های مشام در همان تجویز میسر صورت می گیرد

فرکانس طبیعی:

در حالت کلی فرکانس طبیعی به ازای پاسخ ورودی حفر تعیین می‌گردد

در مدار RLC (سری یا موازی) داریم:

$$d^2x/dt^2 + 2\alpha dx/dt + \omega^2 x = 0$$

معادله یابنده: $s^2 + 2\alpha s + \omega^2 = 0$

RLC سری

$$\alpha = R/2L$$

$$\omega^2 = 1/LC$$

RLC موازی

$$\alpha = 1/2RC$$

$$s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega^2} \rightarrow \text{دو ریشه حقیقی منفی} \rightarrow x(t) = k_1 e^{s_1 t} + k_2 e^{s_2 t}$$

حالت میرایی شدید

$\alpha = \omega_0$ حالت میرایی بحرانی

$$x(t) = k_1 e^{-\alpha t} + k_2 t e^{-\alpha t} \rightarrow x(t) = (k_1 + k_2 t) e^{-\alpha t}$$

$\alpha < \omega_0$ حالت میرایی ضعیف

$$x(t) = k_1 e^{s_1 t} + k_2 e^{s_2 t} \rightarrow x(t) = k e^{-\alpha t} (\cos(\omega t + \theta))$$

$\alpha = 0$ حالت بی اتلافا

$$s_{1,2} = \pm j\omega_0 \rightarrow (\alpha = 0) \rightarrow x(t) = k e^{-\alpha t} \cos(\omega_0 t + \theta) \rightarrow x(t) = k \cos(\omega_0 t + \theta)$$

تغییرشمار:

در حالت کلی تغییرهای آشیل عبارت اند از:

۱. ولتاژ شاخه ها

۲. ولتاژ یک نقطه ی گره نسبت به سبانه

۳. جریان یک شاخه

۴. جریان یک شاخه یا حلقه

$$Q(D) \cdot X(t) = 0$$

اگر تغییرشمار باشد: $X(t)$

(۱-۳-۴) فرکانس طبیعی تغییرشمار باشد

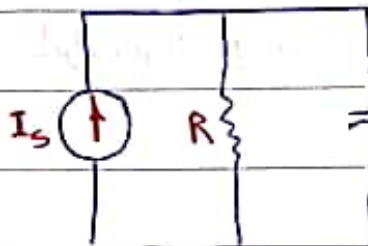
معادلات مشخصه: $a_0 s^M + a_1 s^{M-1} + \dots + a_M = 0$

$$X(t) = k_1 e^{s_1 t} + k_2 e^{s_2 t} + \dots + k_M e^{s_M t}$$

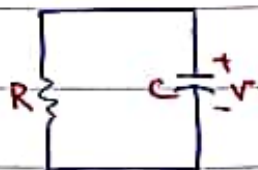
نک: در حالت کلی به توپولوژی مدار و مقدار اجزای مدار بستگی دارد

نک: در حالت کلی به توپولوژی مدار و مقدار اجزای مدار و شرایط اولیه مدار بستگی دارد

مثال: در مدار زیر فرکانس طبیعی ولتاژ ۳، ۴، ۵ است آری



منابع جریان / اختلاف پتانسیل فرکانس طبیعی به ازای پاسخ درونی صفر تعیین می شود



$$KCL: I_C + I_R = 0 \rightarrow C \frac{dV_C}{dt} + \frac{V}{R} = 0$$

$$\rightarrow Cs + 1/R \rightarrow s = -1/RC$$

حل مسئله قبل با استفاده از تبدیل لاپلاس:

$$I_C + I_R = 0 \quad C \frac{dV}{dt} + \frac{V}{R} = 0$$

لاپلاس: $C s V(s) - C V(0^-) + \frac{1}{R} V(s) = 0$

$$(Cs + \frac{1}{R}) V(s) = C V(0^-)$$

$$V(s) = \frac{C V(0^-)}{Cs + \frac{1}{R}} \quad Cs + \frac{1}{R} = 0 \quad s = -\frac{1}{RC}$$

* مخرج تبدیل لاپلاس متغیر شلری ما را به فرکانس طبیعی می‌رساند

$$X(s) = L(x(t)) = P(s) / Q(s)$$

$$Q_s = s_1, s_2, \dots, s_M$$

به طور کلی:

$$X(s) = \frac{k_1}{s-s_1} + \frac{k_2}{s-s_2} + \dots + \frac{k_M}{s-s_M}$$

$$x(t) = k_1 e^{s_1 t} + k_2 e^{s_2 t} + \dots + k_M e^{s_M t}$$

$$x(t) = \sum_{j=1}^M \frac{k_j}{s-s_j}$$

$$x(t) = \sum_{j=1}^M k_j e^{s_j t}$$

ریشه‌های مخرج (د) همان فرکانس طبیعی $x(t)$ هستند

مبنای این به طور کلی مخرج تبدیل لاپلاس پاسخ ورودی جبر شلری، فرکانس طبیعی آن متغیر شلری را می‌دهد

حالت خاصا :

چون موقع امکان دارد با فرکانس طبیعی $\omega = 0$ در مورد یک تغییر شکل برحضور کنیم

۱. حرکت تغییر شکلی مورد نظر جریان یک سلف باشد و این سلف در حلقه ای که محفل از تعدادی سلف

تشکیل شده است شرکت باشد. چون عناصر ایده آل فرض می شوند امکان دارد جریان ثابت I_0 در آن سلف

جاری باشد یعنی $\omega = 0$ فرکانس طبیعی جریان آن سلف است حال آنکه $V_L = L \frac{dI_0}{dt}$ برابر با صفر است

و $\omega = 0$ فرکانس طبیعی ولتاژ آن نخواهد بود و با فرکانس طبیعی جریان می باشد.

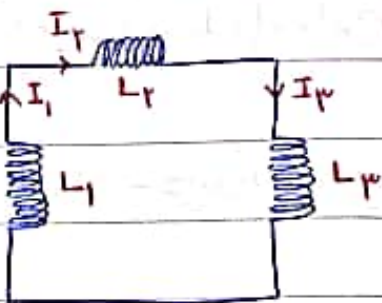
۲. دو کان مورد اول است، اگر تغییر شکلی مورد نظر ولتاژ خازن باشد و این خازن در کات است سلفی

که محفل از تعدادی خازن تشکیل شده باشد شرکت باشد چون عناصر ایده آل فرض می شوند امکان

دارد ولتاژ ثابت V_0 در دو سر خازن باقی بماند و یعنی $\omega = 0$ فرکانس طبیعی ولتاژ آن خازن است حال

آنکه $I_C = C \frac{dV_0}{dt}$ برابر با صفر است و $\omega = 0$ فرکانس طبیعی جریان آن خازن نخواهد بود.

مثال:



$$KVL: V_{L1} + V_{L2} + V_{L3} = 0$$

$$L_1 \frac{dI_1}{dt} + L_2 \frac{dI_2}{dt} + L_3 \frac{dI_3}{dt} = 0$$

$$L_1 (s I_1(s) - I_1(0^-)) + L_2 (s I_2(s) - I_2(0^-)) + L_3 (s I_3(s) - I_3(0^-)) = 0$$

$$\rightarrow I_1 = I_2 = I_3 = I(s)$$

$$\rightarrow L_1 I_1(s) + L_2 I_2(s) + L_3 I_3(s) \quad \rightarrow \quad I(s) = \frac{L_1 I_1(0^-) + L_2 I_2(0^-) + L_3 I_3(0^-)}{s(L_1 + L_2 + L_3)} = \frac{I_0}{s}$$

$$V_L = L \frac{dI}{dt} \quad , \quad s(L_1 + L_2 + L_3) I(s)$$

$s=0$ فرکانس طبیعی جریان است و $s=0$ فرکانس طبیعی ولتاژ سلف نیست

جمع بزرگ یا نتیجه گیری:

در حالت کلی فرکانس طبیعی ولتاژ یک شاخه با فرکانس طبیعی جریان آن شاخه برابر است چون در مورد عناصر آن

مدار را بپذیرد ولتاژ و جریان به صورت متساوی و انتگرال است و این در تقریبی در فرکانس طبیعی هیچ چیزی متساوی باید

به حالت خاص توجه داشت

مثال: هرگاه فرکانس طبیعی جریان یک شاخه مد نظر باشد و تشخیص دهیم فرکانس طبیعی ولتاژ آن ساده تر

است یا آنکه با توجه به نکات مطرح شده فرکانس طبیعی ولتاژ شاخه را به دست می آوریم که همان فرکانس طبیعی

جریان شاخه است. عقیده در انتهای توجه می کنیم اگر شاخه مربوط به سلف است آیا در حلقه ی سلفی شرکت دارد یا خیر

اگر شرکت دارد $s=0$ فرکانس طبیعی جریان آن شاخه اضافه می شود

در گمان این مطلب نیز صادق است

تعیین فرکانس طبیعی یکا شلر :

منظور از فرکانس های طبیعی یکا شلر، فرکانس طبیعی ای می باشد که تمامی تغییرهای شلر را دارای باشد

برای این منظور یک از ترسین های ماتریس های چهارگانه شلر را در دست می آوریم و برابر با صفر قرار می دهیم

$$\text{یعنی } \Delta Y = 0 \text{ (ترسین)}, \Delta Z_M = 0, \Delta Z_L = 0, \Delta Y_{q_s} = 0 \text{ (حالت است اساتی)}$$

محقق در انتهای توجیهی الیم اگر حلقه های سلفی یا کات است خارج می داریم $\Delta Y = 0$ فرکانس طبیعی بدست آمده

خلا هر رشته بود خودمان $\Delta Y = 0$ جزء فرکانس های طبیعی تغییر شلر در نظری الیم

نکته: اگر در حلقه های سلفی می داشتیم $\Delta Y = 0$ ریشتری مضاعف بود و جزء فرکانس طبیعی

نکته: اگر یک حلقه های سلفی و یک کات است خارج می داشتیم $\Delta Y = 0$ ریشتری مضاعف بود و جزء فرکانس طبیعی

مفسر: هر مقاب تابع شلر یک فرکانس طبیعی تغییر شلری متناظر است. هر فرکانس طبیعی تغییر شلر

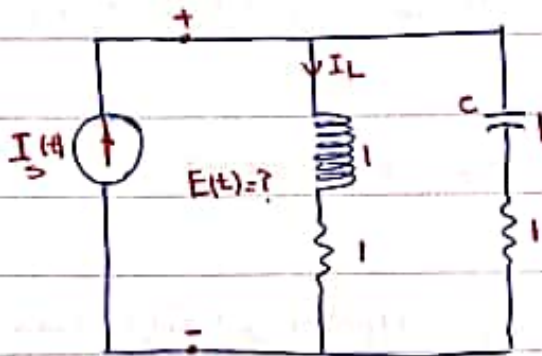
امکان دارد مقاب تابع شلری متناظر باشد بنابراین می توان از تابع شلر برای تعیین فرکانس طبیعی استفاده کرد

امکان دارد در حالت خاص با هم برابر شوند ولی در حالت کلی صادق نیست

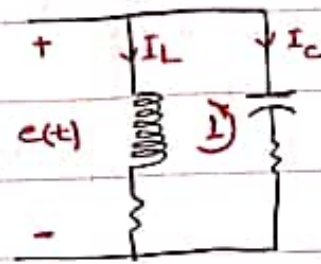
مثال: در شبکه زیر

الف) فرکانس های طبیعی $E(s)$ را بدست آورید

ب) تابع شبکه $E(s)$ به $I(s)$ را بدست آورید و معادله های طبیعی $E(t)$ را پیدا کنید



الف) فرکانس های طبیعی به ازای پاسخ ورودی صفر بدست می آید



$$e(t) = L \frac{dI_L}{dt} + I_L$$

$$E(s) = s I_L(s) - I_L(0^-) + I_L(0^+)$$

$$E(s) = (s+1) I_L(s) - I_L(0^-) \quad (I)$$

$$KVL: -L \frac{dI_L}{dt} + I_L - I_C + V_C(0^-) - \int_0^t I_C dt$$

$$s I_L(s) - I_L(0^-) + I_L(s) - I_C(s) - V_C(0^-)/s = 1/s I_C(s) = 0$$

$$I_L(s) = -I_C(s) \quad -I_L(s) \quad -I_C(s)$$

$$I_L(s) = \frac{V_C(0^-) + s I_L(0^-)}{s^2 + s + 1} \quad (II)$$

$$(II), (I) \rightarrow E(s) = \frac{V_C(0^-) - I_L(0^-)}{s+1}$$

$$E(s) \text{ فرکانس های طبیعی } s = -1$$

$$\text{تابع شبکه } H(s) = E(s)/I(s) = Z_{in}(s)$$

$$Z_{in}(s) = (s+1) \parallel (1/s+1)$$

$$Z_{in}(s) = \frac{(s+1)(1/s+1)}{1/s+1+s+1}$$

ب) تابع شبکه مقابله ندارد
لذا در حالت کلی می توان از تابع شبکه برای تعیین فرکانس های طبیعی استفاده کرد

مثال: فرکانس طبیعی متغیر V_1 را در مدار زیر بدست آورید
 ب) شرایط اولیه V_1 و V_2 را به نحوی حساب کنید که فرکانس طبیعی $s = -1$ در خروجی $V_2(t)$ ظاهر نشود



$$I_s(t) = t u(t)$$

$$\begin{bmatrix} 1+D & 0 \\ 0 & 1/2+D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_s(t) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1+D & 0 \\ -1 & 1/2+D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1+D & 0 \\ -1 & 1/2+D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1+s & 0 \\ -1 & 1/2+s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1(0^-) \\ V_2(0^-) \end{bmatrix}$$

$$V_1(s) = \frac{(1/2+s)(V_1(0^-))}{(1+s)(1/2+s)} \rightarrow s = -1$$

ب) طبقاً سوال باید $s = -1$ در خروجی حذف گردد (ظاهر نشود)

$$V_2(s) = \frac{(1+s)V_2(0^-) + V_1(0^-)}{(1+s)(1/2+s)}$$

$$\text{لذا: } \begin{cases} V_2(0^-) = 1 \\ V_1(0^-) = 0 \end{cases} \rightarrow s = -1 \text{ حذف می گردد}$$

مضامین شلبر:

۱. مقصیری جانشین

۲. مقصیری جمع آثار

۳. مقصیری توان و نورتن

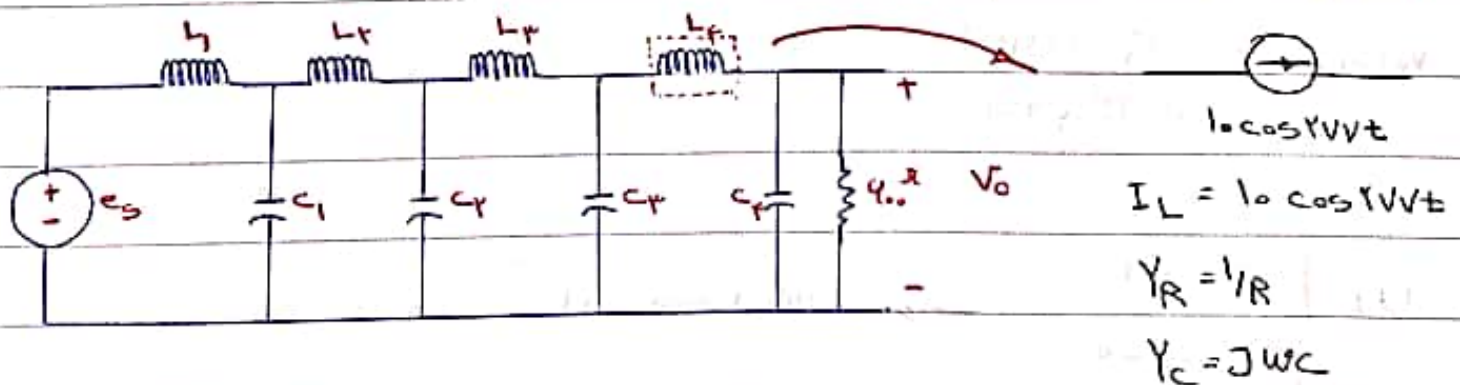
۴. مقصیری هم پاسخ

۱. مقصیری جانشین:

کاربرد این مقصیر در شلبر غیر سوده حمل و غیر حمل است، هم چنین شلبر می تواند تغییر زیر بار مان یا تغییر نا زیر بار مان باشد

صورت مقصیر: هرگاه شلبر N با مشخصات ذکر شده توسط مقدار منابع تحریک شده باشد ولتاژ شاخه k مانند k $(V_{k_0}(t))$ یا جریان آن شاخه $(I_{k_0}(t))$ خارجی معلوم باشد می توان p جای شاخه k منبع ولتاژ یا برابر $V_{k_1}(t)$ و یا منبع جریان برابر $I_{k_1}(t)$ قرار داده در این صورت جریان و ولتاژ بقصیری شاخه ها در صورتی که شاخه k تریجی با سایر عناصر شلبر نباشد باشد تفاوتی نمی کند.

مثال: در شلبر زیر که در حالت دایمی پیوسته است V_0 را بدست آورید



$$V_0 = \frac{I_L}{Y_{total}} = \frac{10 \angle 0}{j(2V)(1 \angle -90^\circ) + 1/40} \rightarrow V_0 = 4.35 \angle -42^\circ$$

تفسیری هم پاسخ یا تقابل:

کاربرد: در شبکه های خطی تغییرناپذیر با زمان بدون منابع تغییرناپذیر یا وابسته و عنصر پراکنش و شبکه در حالت گذراست

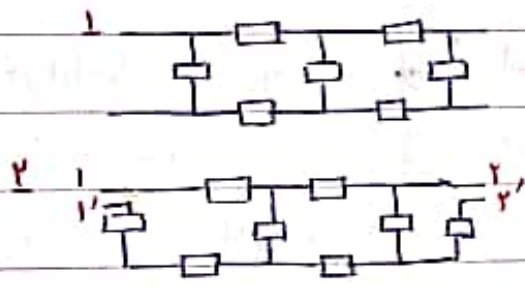
این تغییر در مورد شبکه های چهار سر به کار گرفته می شود و شبکه ای که دارای این خصوصیات باشد شبکه متقابل

ناآرارد و با N_R ناشی می دهند.

برای بدست آوردن چهار سر از یک شبکه می توانیم دو صورت محاسبه

۱ ورودی ها را الحیم بسته

۲ ورودی های بریده شده

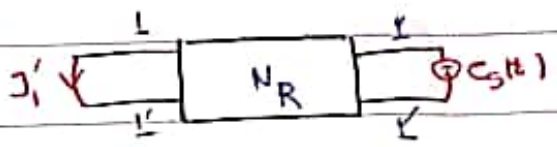


بیان های مختلف تفسیر:

۱ ولتاژی



توپولوژی و اجزای شبکه N_R به هر صورت که باشد $J_2(t) = J_2'(t)$ باشد

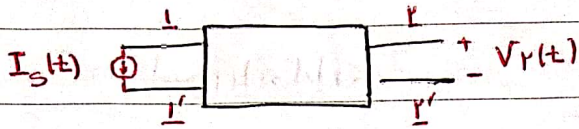


تفسیری دیگر با استفاده از تابع شبکه

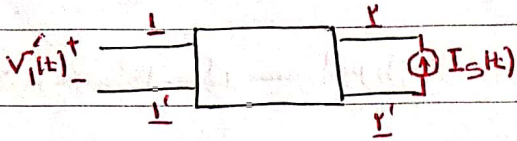
چون منابع جریان در ولتاژ برابرند $Y_{12} = Y_{21}$ متقابل

$$Y_{12}(s) = \frac{L(J_2(t))}{L(c_s(t))}$$

$$Y_{12}(s) = \frac{L(J_2'(t))}{L(c_s(t))}$$



۲ جریان:

تویولژیا و معادله اجزای شبکی N_R به هر صورت که باشد

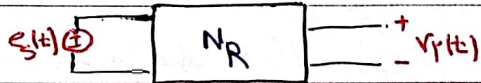
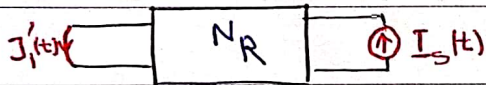
$$V_2(t) = V_1'(t)$$

$$Z_{11}(s) = \frac{L[V_1(t)]}{L[I_S(t)]}$$

$$Z_{12}(s) = \frac{L[V_1'(t)]}{L[I_S(t)]}$$

تعبیر دیگر

۳ با منبع ولتاژ و جریان

تویولژیا و اجزای شبکی N_R به هر صورت که باشداگر معادله تغییرات $I_s(t) = e_s(t)$ انتخابمعادله تغییرات $V_2(t) = J_1'(t)$

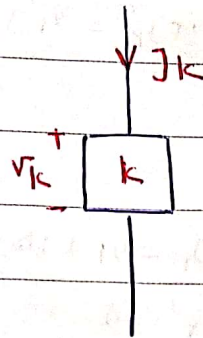
$$H_V(s) = \frac{L[V_2(t)]}{L[e_s(t)]}$$

تعبیر دیگر

$$H_I(s) = \frac{L[J_1'(t)]}{L[I_S(t)]}$$

$$H_I(s) = H_V(s)$$

مقصدی نامان:

تعداد کل شاخه ها: b تعداد گره ها: n_t ولتاژ شاخه ها: $V_k, k=1, \dots, b$ جریان شاخه ها: $J_k, k=1, \dots, b$ 

حسب قرار داری جریان و ولتاژ

یعنی حتماً باشد

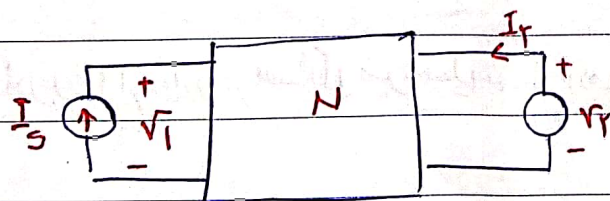
ولتاژ شاخه ها محسوسیت KVL را برآورده کنند
جریان شاخه ها محسوسیت KCL را برآورده کنندجریان شاخه ها J'_k ولتاژ شاخه ها V'_k شکلی N' جریان شاخه ها J_k ولتاژ شاخه ها V_k شکلی N

$$\sum_{k=1}^b V_k J_k = 0 \quad \text{و} \quad \sum_{k=1}^b V'_k J'_k = 0$$

بارکایت حسب قرار داری شاخه ها $\sum_{k=1}^b V_k J_k = 0$ و $\sum_{k=1}^b V'_k J_k = 0$ بسیار مهم

مثال: در دو حلقه ای شکل زیر اندازه گیری های زیر در حالت داینامیکی انجام شده است اگر داشته باشیم

$$V_1(t) = \sin \omega t \quad \text{و} \quad I(t) = 1.2 \sin(\omega t + 15^\circ)$$



$$I_1(t) = 2 \sin(\omega t + 30^\circ)$$

$$V_1(t) = 5 \sin(\omega t + 45^\circ)$$

$$I_2(t) = \sin(\omega t + 90^\circ)$$

$$V_2(t) = 0$$

البرامین مجموعه $\sin$ بود تغییر می دهیم ولی اگر چیزی تا $\sin$ و چیزی تا $\cos$ بود هر را باید مرجع تبدیل می کنیم (cos)

با شرط (V_1, V_2, J_1, J_2)

با شرط

تغییر (V_1', V_2', J_1', J_2')

$$\rightarrow V_1 J_1' + V_2 J_2' = V_1' J_1 + V_2' J_2$$

$$V_1 = 44.45$$

$$V_2 = 0$$

$$J_1 = 24.3^\circ$$

$$J_2 = 14.4^\circ$$

$$J_1' = 1.2 \times 15$$

$$V_2' = 14.0$$

برای رعایت شرط حفظ قرار دادی

$$(44.45)(-1.2 \times 15) + (0)(J_2') = V_1' (-24.3^\circ) + (14.0)(-14.4^\circ)$$

$$\rightarrow V_1' = 1.2 e^{j3^\circ} = 1.2 \sin(\omega t + 3^\circ)$$

۲. مقیاری جمع آثار:

کاربرد: در شبکی غیر سوده یا خطی کاربرد دارد. شبکی توان تغییر پذیر یا تغییر ناپذیر بازمان باشد.

نکته: به طور کلی مقیاری جمع آثار در مورد بهره های خطی صادق است و در مورد مسائل غیر خطی صادق نیست.

اما در برخی از موارد در مسائل غیر خطی به کاربرده می شود و محقق خطای وارد شده در مسائل به بجا می ساری

محاسباتی نیز به عنوان مثال: