Subject:
Year. Month. Date. ( )

بنام خدا

مدارهای الکتریکی (۲) - دکتر یعقوبی

سرفصل ها:

۱. گراف های شبکه و قضیه تلگمان
۲. تجزیه تحلیل گره
۳. " " مش
۴. " " حلقه اساسی
۵. " " کات ست اساسی
۶. مفهوم دوگان
۷. معادلات حالت
۸. تبدیل لاپلاس و کاربردهای آن در حل مسائل مدار
۹. تابع شبکه
۱۰. دو قطبی ها
۱۱. قضایای شبکه
۱۲. فرکانس طبیعی
۱۳. نکات تکمیلی

مرجع ← مدارهای الکتریکی دسور (چپه دار) - هر کتاب خوب دیگر مانند پویان پژوهش - پارسه ...

نمرات: میان ترم: ۶ نمره (اختیاری - حضور در جلسه امتحان اجباری) پایان ترم: ۱۴ نمره حل تمرین: ۲ نمره

* ارفاق اگر صورت گیرد به افراد حاضر در کلاس تعلق می گیرد ...

PqPCO

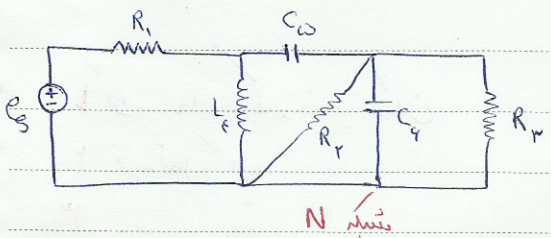
Subject:

Year. Month. Date. ( )

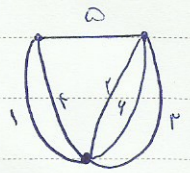
گراف های شبکه و قضیه تلگان

گراف شبکه: گراف شبکه تشکیل شده است از یک تعداد نقطه (گره) و چند خط (شاخه) به این صورت که بتوان اجزای مدار را حذف کرد و به جای آن ها خط گذاشت.

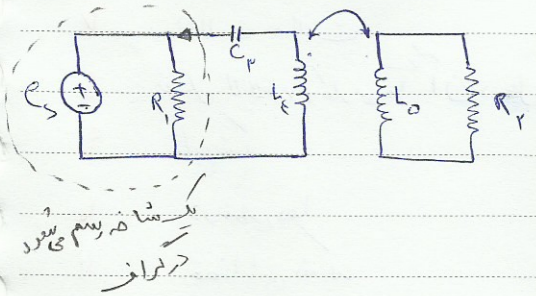
مثال: گراف شبکه N را رسم کنید.

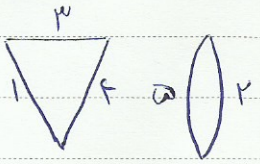


گراف شبکه N →



مثال:

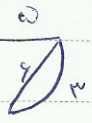




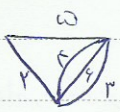
*توجه: در گراف شبکه سلف ها تزویج داده نمی شود...

زیرگراف: با حذف هر شاخه از گراف اصلی یک زیرگراف خواهیم داشت. گراف های زیر، زیرگراف مثال اول است.

حذف شاخه ها: ۱, ۲, ۴



حذف شاخه ۱ :



PAPCO

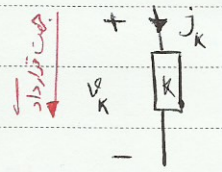
Subject:

Year. Month. Date. ( )

زیرگراف بسوده: زیرگرافی که تنها از یک نقطه تشکیل شده است زیرگراف بسوده نامیده می‌شود.

گراف جهت دار: چنانچه جهت جریان شاخه‌ها را به گراف منتقل کنیم به آن گراف، گراف جهت دار می‌گویند.

جهت قراردادی متناظر: جریان از سری که وارد شود، آن سمت را (+) فرض می‌کنیم.



ماتریس تلاقی گره با شاخه: A_a

A_a (گره × شاخه) = [α_{iK}] ← تعداد گره = n_t

ط ـ تعداد شاخه

α_{iK} =
- +۱ اگر شاخه K از گره i خارج شود
- −۱ " " " " " وارد شود
- ۰ " " یا " " تلاقی نداشته باشد

$$A_{3\times 6} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & +1 & +1 & 0 \\ 0 & +1 & +1 & 0 & -1 & +1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

قویب دقیق کات ست: ۲ شرط دارد:

۱ حذف تمام آن دسته شاخه از گراف G گراف را به ۲ جزء مجزا تقسیم کند.

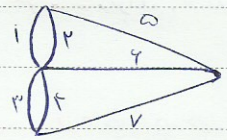
۲ هر بار حذف تمام آن دسته شاخه به جزئی از آن فاکتور گراف پیوسته به جا گذارد.

PdPCO

Subject:

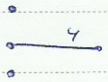
Year. Month. Date. ( )

مثال: گراف زیر را در نظر گیرید



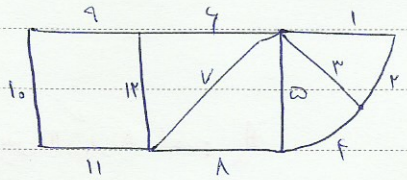
۳,۴,۵,۶ → هست

۱,۲,۳,۴,۵,۷ → نیست



→ بیشتر از ۲ جزء شده

مثال:



۴,۵,۶,۷ → هست

۴,۵,۶,۷,۸ → نیست

شرط L نقض شده

گراف پیوسته: گرافی که از یک جزء تشکیل شده باشد.

گراف ناپیوسته: گرافی که حداقل از ۲ جزء مجزا تشکیل شده باشد.

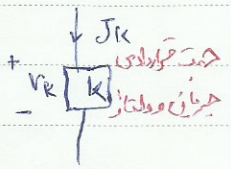
P4PCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

* جلسه دوم * تنظیم قدرت

* جلسه سوم *

قضیه تلگان:



b تعداد کل شاخه‌ها

n تعداد کل تعاطع گره

V_k $k=1,\dots,b$ ولتاژ شاخه‌ها

J_k $k=1,\dots,b$ جریان شاخه‌ها

ولتاژ شاخه‌ها گذرنده krl را برآورده کنند
جریان شاخه‌ها گذرنده kcl را برآورده کنند
} ⇒ مجموعه‌ها هستند

دو شبکه $\mathcal{N}$ و $\mathcal{N}'$ داریم

شبکه $\mathcal{N}$ { J_k جریان شاخه‌ها ; V_k ولتاژ شاخه‌ها

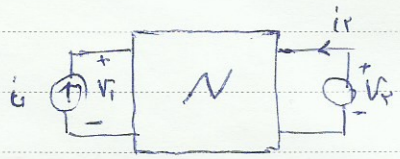
$\mathcal{N}'$ { J'_k جریان شاخه‌ها ; V'_k ولتاژ شاخه‌ها

داریم $\sum_{k=1}^{b} V_k J_k = 0$ ، $\sum_{k=1}^{b} V'_k J'_k = 0$

بدیهی هستند ⇒ $\sum_{k=1}^{b} V_k J'_k = 0$ ، $\sum_{k=1}^{b} V'_k J_k = 0$ با رعایت جهت قراردادی متناظر

⑦ در دو وضعیت زیر اندازه گیری‌های زیر در حالت دائمی سینوسی انجام شده است اگر داشته باشیم $i_1(t) = \frac{1}{2}\sin(\omega t + 15)$

$V_1(t)$ مطلوب است مقدار $V_2(t) = \sin \omega t$ و



۱) $\sin \omega t$ ۲) $\sin(\omega t - 45)$ ۳) $\frac{1}{2}\sin(\omega t + 45)$ ۴) $4\sin(\omega t + 15)$

$\begin{cases} i_1(t) = 2\sin(\omega t + 45) \\ V_1(t) = 4\sin(\omega t + 45) \\ i_2(t) = \sin(\omega t + 45) \end{cases}$ ⇒ اگر این سه موج هم sin بودند همگی آن‌ها sin و حتی اگر همگی sin و حتی cos بودند هم باید یک مرجع تبدیل می‌کردیم (cos)

$V_2 = ?$

از قضیه‌ی هموار استفاده می‌کنیم

مدارها $\begin{cases} (V_1, V_2, j_1, j_2) \\ (V'_1, V'_2, j'_1, j'_2) \end{cases}$ ⇒ $V_1 j'_1 + V_2 j'_2 = V'_1 j_1 + V'_2 j_2$

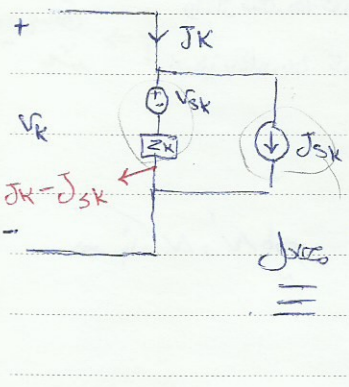
$\Rightarrow \begin{cases} V_1 = 4\angle 45 \\ V_2 = 0 \\ j_1 = 2\angle 45 \\ j_2 = 1\angle 45 \end{cases}$ $\begin{cases} J'_1 = \frac{1}{2}\angle 15 \\ V'_2 = 1\angle 0 \end{cases}$

P4PCO

Subject:
Year. Month Date. ( )

$$(۴\angle ۴۵)(-\tfrac{1}{۲}\angle ۱۵) + (۰)(J'_۲) = V'_۱(-۲\angle ۱۲۰^\circ) + (۱\angle ۰)(-۱\angle ۶۰)$$

$$\Rightarrow V'_۱ = \tfrac{1}{۲} e^{J۱۲^\circ} = \tfrac{1}{۲}\sin(\omega t + ۱۲^\circ)$$ ✓



$$KVL: V_K = V_{SK} + Z_K(J_K - J_{SK})$$

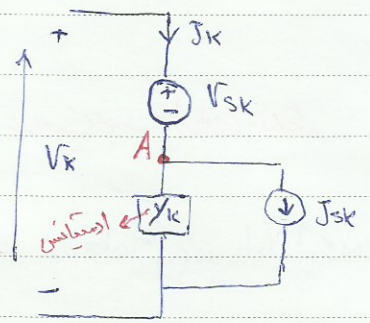
$$V_K = \underbrace{V_{SK} - Z_K J_{SK}}_{e_{SK}} + Z_K J_K$$

معادل



$$e_{SK} = V_{SK} - Z_K J_{SK}$$

حالت دیگر



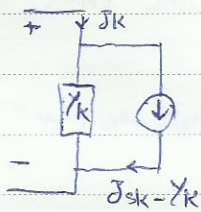
$$-\text{(A)}\ KCL: J_K = J_{SK} + Y_K(V_K - V_{SK})$$

$$J_K = J_{SK} + Y_K V_K - Y_K V_{SK}$$

$$J_K = (J_{SK} - Y_K V_{SK}) + Y_K V_K$$

معادل منبع جریان

معادل =



تجزیه و تحلیل گره:

* تجزیه و تحلیل گره به دو صورت منظم و نظری مطرح می‌شود

* روش منظم: بر اساس الگوریتم خاصی مطرح می‌شود که معمولاً تعداد معادلات برای تحلیل از آن استفاده می‌کنند

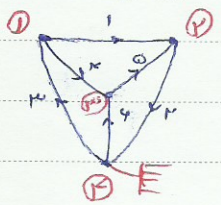
روش نظری: سابقه کمتری دارد و معمولاً توسط ابزارهای انسانی استفاده می‌شود

P4PCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

روش گره :

نتیجه گیری از kcl



$\frac{kcl}{①}$: $J_1 + J_4 - J_3 = 0$

$\frac{kcl}{②}$: $J_2 - J_1 - J_5 = 0$

$\frac{kcl}{③}$: $J_5 - J_6 - J_4 = 0$

} سه معادله‌ی خطی مستقل (در هر گراف معادلات مقیاری است) که در دیگری هست)

$\frac{kcl}{④}$: $-J_2 + J_5 + J_6 = 0$ (جمع معادلات ①، ② و ③) این معادله داده‌ی اطلاعاتی جدیدی هست

ماتریس تلاقی گره و شاخه تشکیل شده

$$-\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & +1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \\ J_4 \\ J_5 \\ J_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A \cdot J = 0$$

↳ بردار جریان شاخه‌ها

۴ معادله سه قدر مستقل ماتریس :

A ماتریس تلاقی تشکیل شده گره با شاخه (با حذف یک سطر از ماتریس گره تشکیل شده)

$A_{nt \times b}$

n: تعداد گره‌ها منهای ۱ — t: شاخه

نتیجه گیری از kvl

$V_1 = e_1 - e_2$

$V_2 = e_2 - 0 = e_2$

$V_3 = 0 - e_1 = -e_1$

$V_4 = e_1 - e_3$

$V_5 = e_3 - e_2$

$V_6 = 0 - e_3 = -e_3$

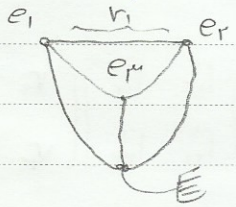
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} \Rightarrow V = A^T \cdot e$$

ترانهاده

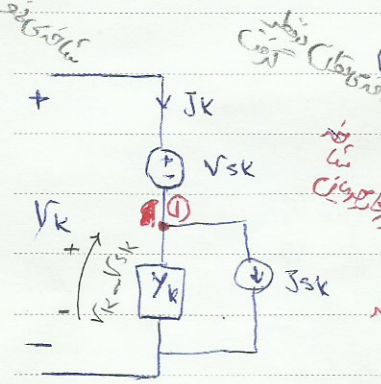
ترانهاده ماتریس A

V : بردار ولتاژ شاخه‌ها

e : ~ ~ گره‌ها (۴ منهای ۱)



به دست آوردن معادلات گره



جریان شاخه‌ی موازی با منبع جریان

① و ② : kcl

$J_k = J_{sk} + Y_k (V_k - V_{sk})$

بردار ولتاژ شاخه

بردار جریان شاخه

بردار منبع ولتاژ شاخه

$J = J_s + Y_b \cdot V - Y_b V_s$

بردار منابع جریان شاخه

ماتریس امپدانس شاخه

بردار منابع ولتاژ شاخه

صفحه بعد

Subject:
Year. Month. Date. ( )

حل مدار به روش تحلیل گره ماتریسی

از رابطه KCL در ماتریس A ضرب می‌کنیم ⇒ $A_{n\times b} I = A_{n\times b} J_s + A_{n\times b} Y_b V - A_{n\times b} Y_b V_s$

$V = A^T e$

$\Rightarrow A Y_b A^T e = A Y_b V_s - A J_s \Rightarrow Y_n e = i_s$: خلاصه

Y_n : ماتریس admittance گره

e : بردار ولتاژ گره نسبت به مبنا

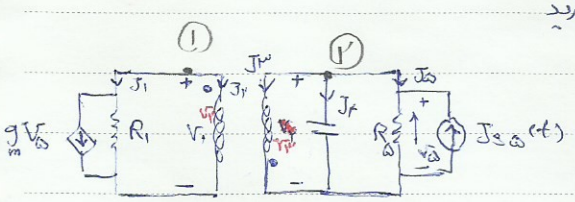
i_s : بردار منابع جریان گره

$$\begin{cases} Y_n = A Y_b A^T \\ i_s = A Y_b V_s - A J_s \end{cases}$$

اگر تمامی منابع ولتاژ را به جریان تبدیل کنیم آنگاه $V_s \to 0 \Rightarrow i_s = -A J_s$

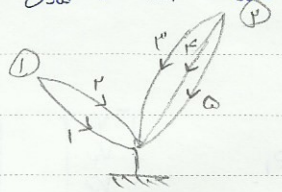
جلسه چهارم *

مثالی زیر در حالت دائمی سینوسی است معادلات گره‌ی شبکه را از روش منظم بدست آورید



$R_1 = R_5 = 1\Omega$ $\quad L_1 = 1H$ $\quad L_2 = 1M = 1H$

$C = 1F$, $g_m = 1$ $\quad J_{s5}(t) = I_m \cos \omega t$



$$\begin{cases} Y_n = A Y_b A^T \\ i_s = A Y_b V_s - A J_s = -A J_s \end{cases}$$ داشتیم — منبع ولتاژ نداریم

$A =$ ماتریس تلاقی گره با شاخه (گره ×5 شاخه)

$$A = \begin{bmatrix} ① & ② & ③ & ④ & ⑤ \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} ① \\ ② \end{matrix}$$

Y_b = ماتریس admittance شاخه‌ها؟ $\quad Y_n = A Y_b A^T$ ماتریس admittance گره

$Y_n e = i_s$

$V = 20\Omega$ $\quad V = J\omega L \Omega$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = J\omega \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{معکوس}} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{J\omega} \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

حالا که به مدار دادیم $\quad J_1 = \frac{V_1}{R_1} + g_m V_5 \quad J_5 = \frac{V_5}{R_5} - J_{s5}$ (معلوم)

$$\begin{bmatrix} J_4 \\ J_5 \end{bmatrix} = \frac{1}{J\Omega} \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_4 \\ V_5 \end{bmatrix}$$

$J_4 = J\omega C V_4$!

$|M| = 1H$ $\quad L = \begin{bmatrix} 10 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ معادل! $\quad \Gamma = \begin{bmatrix} \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ \frac{1}{9} & \frac{10}{9} \end{bmatrix}$

$$\begin{cases} J_1 = 0.1 V_1 + V_5 \\ J_2 = \frac{1}{9J\omega} V_2 + \frac{1}{9J\omega} V_3 \\ J_3 = \frac{1}{9J\omega} V_2 + \frac{10}{9J\omega} V_3 \\ J_4 = J\omega V_4 \\ J_5 = 0.1 V_5 - 5\angle 0 \end{cases}$$

ادامه فصل ۵

۵

Subject:
Year. Month. ۷ Date. ( )

$$\begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \vdots \\ J_5 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{9J\omega} & \frac{1}{9J\omega} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{9J\omega} & \frac{10}{9J\omega} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J\omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}}_{Y_b} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ 0 \\ \vdots \\ V_5 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -5 \end{bmatrix}}_{J_S}$$

حال: $Y_n = \underbrace{A Y_b A^T}_{\text{ماتریس مختلط}} = \begin{bmatrix} 0.1 + \frac{1}{9J\omega} & 1 + \frac{1}{9J\omega} \\ \frac{1}{9J\omega} & 0.1 + J\omega + \frac{10}{9J\omega} \end{bmatrix}$ ، $I_S = \underbrace{A J_S}_{\text{ماتریس مختلط}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5\angle 0 \end{bmatrix}$

معادله اصلی $Y_n \cdot e = i_S$ $\quad \begin{bmatrix} 0.1 + \frac{1}{9J\omega} & 1 + \frac{1}{9J\omega} \\ \frac{1}{9J\omega} & 0.1 + J\omega + \frac{10}{9J\omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5\angle 0 \end{bmatrix}$ جواب خیالی

شرط کوفیزهای ماتریس معکوس

$$\text{کهاد} = (-1)^{i+j} \underbrace{n}_{\text{درجه ماتریس } N}$$

N' ترانهاده ماتریس N

طریقه به دست آوردن ماتریس معکوس

$$A \rightarrow A^{-1} = \frac{N'}{|A|}$$

روش نظری: این روش در همه‌ی مدارها قابل پیاده‌سازی است فقط باید توجه بود بسته به حالات و شرایط مدار نیاز به یکسری اصلاحات در قسمتهای حل دارد، به عنوان مثال چنانچه مدار ما هیچ منبع وابسته داشته باشد از ابتدا منبع وابسته را مستقل فرض کرده و مسئله را حل می‌کنیم و در انتها اثر منبع وابسته را دخالت می‌دهیم، همچنین در مدارهایی که سلف‌های تزویج وجود دارد، مدار معادل مربوطه برای سلف‌ها را تزویج را در نظر می‌گیریم سپس مسئله را با این روش حل می‌کنیم

روش نظری:

$$Y_n \cdot e = i_S$$

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{S1} \\ i_{S2} \\ \vdots \\ i_{Sn} \end{bmatrix}$$

$Y_{ii} =$ ــــــــــ

$Y_{ik} =$ ــــــــــ

$i_{Si} = \begin{cases} + & \text{ــــــ} \\ - & \text{ــــــ} \end{cases}$

Y_{ii}: مجموع جبری مقادیر ادمیتانس‌های شاخه‌های متصل به گره‌ی i

Y_{ik}: منهای مجموع جبری مقادیر ادمیتانس‌های شاخه‌های متصل بین گره‌ی i و k

i_{Si}: مجموع جبری مقادیر منابع جریان متصل به گره‌ی i

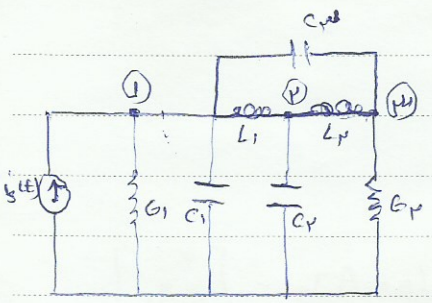
$+$ هرگاه منبع جریانی به گره‌ی i نزدیک گردد

$-$ ــــــ ــــــ ــــــ دور شود

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

ابتدا منابع ولتاژ را به منابع جریان تبدیل می‌کنیم



ابتدا یک بار معادلات گره مدار را به صورت نظری بنویسید

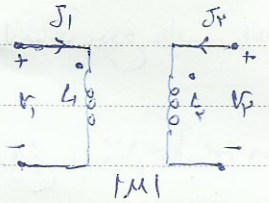
$$\begin{cases} Y_R = \frac{1}{R} = G \\ Y_C = J\omega C \\ Y_L = \frac{1}{J\omega L} = \frac{-J}{\omega L} \end{cases}$$

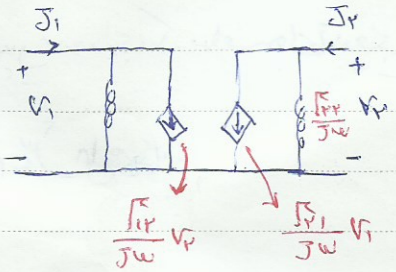
$$Y_n(J\omega).E = I_S \qquad \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{S_1} \\ I_{S_2} \\ I_{S_3} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} G_1 + J\omega C_1 + J\omega C_3 - \frac{J}{\omega L_1} & -\left(\frac{-J}{\omega L_1}\right) & -J\omega C_3 \\ -\left(\frac{-J}{\omega L_1}\right) & J\omega C_2 - \frac{J}{\omega L_2} - \frac{J}{\omega L_1} & -\left(\frac{-J}{\omega L_2}\right) \\ -J\omega C_3 & 1-\left(\frac{-J}{\omega L_2}\right) & G_3 + J\omega C_3 - \frac{J}{\omega L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_S \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

* نکته * دقت کنید در یک مدار سلف های زوج داشته باشید، در این صورت اگر بخواهیم از روش نظری در تحلیل استفاده کنیم

باید به جای سلف های تزویج مدار معادل آن را در مدار قرار دهیم، سپس بر اساس الگوریتم مطرح شده مسئله به راحتی حل می‌شود





سلف سر خط اولیه ندارد

رابطه کلی برای سلف

$V = J\omega L I$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = J\omega \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix}$$

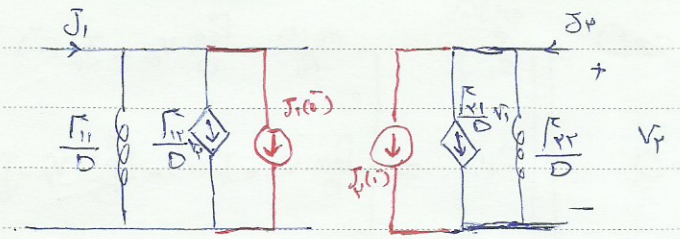
$$\begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{J\omega} \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

Γ_{11} معکوس L_{11} ی کلی

P4PCO

Subject :
Year . Month . Date . ( )

اگر سلف ها شرایط اولیه داشته باشند



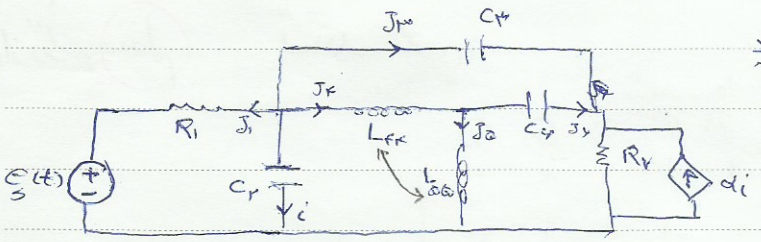
$$\begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{D}\begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{12} & \Gamma_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J_1(\bar{0}) \\ J_2(\bar{0}) \end{bmatrix}$$

نکته: در به دست آوردن معادلات گره اگر سلف شرایط اولیه داشته باشد که به صورت باز آن را لحاظ می‌کنیم

ولی اگر خازن شرایط اولیه داشته باشد، بعد از این که معادلات به دست آمد به جای معادلات آن را لحاظ می‌کنیم

* جلسه پنجم *

۱) در شکل زیر معادلات انتگرال دیفرانسیل گره را به دست آورید



$R_1 = 1\Omega$ $C_2 = 1F$

$R_2 = 2\Omega$ $C_3 = 2F$

$\alpha = 2$ $C_4 = 3F$

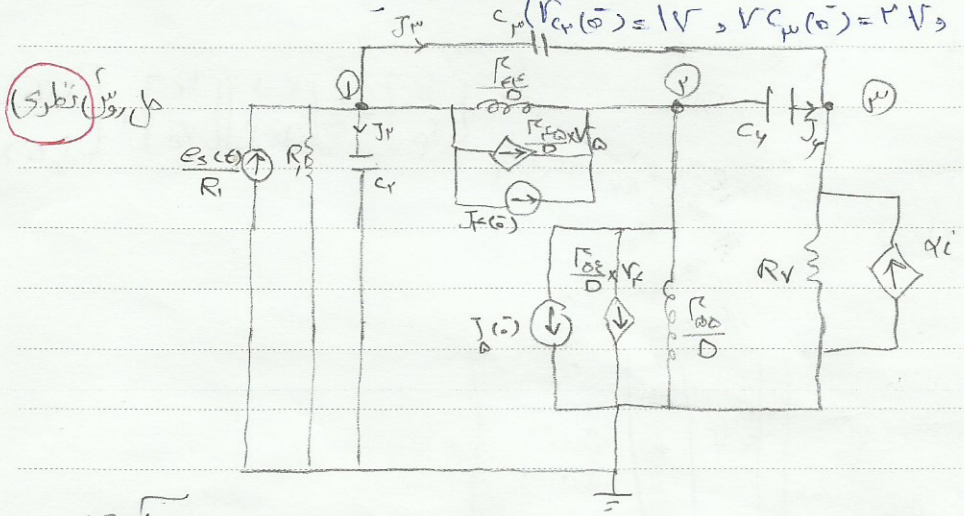
$$\Gamma = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$e_s(t) = 2t\,u(t)$

شرایط اولیه: $J_4(\bar{0}) = 1A$ ، $J_5(\bar{0}) = 2A$

$V_{C_3}(\bar{0}) = 1V$ ، $V_{C_2}(\bar{0}) = 3V$ ، $V_{C_4}(\bar{0}) = 2V$

حل روش (نظری)



ابتدا به دست آوردن مدار معادل

(منبع ولتاژ به جریان)

یادآوری

$$Z_C = \frac{1}{Js\omega C} \quad Z_C = \frac{1}{DC} \quad Y_C = DC \quad Z_L = Js\omega L \quad Z_L = DL \quad Y_L = \frac{1}{DL}$$

P4PCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$Y_n \cdot e = i_s$

حذف منابع ولتاژ به روش صفر

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1}+C_2D+C_3D+\frac{\Gamma_{44}}{D} & -\frac{\Gamma_{44}}{D}+\frac{\Gamma_{45}}{D} & -C_3D \\ -\frac{\Gamma_{44}}{D}+\frac{\Gamma_{54}}{D} & C_4D+\frac{\Gamma_{55}}{D}+\frac{\Gamma_{44}}{D} & -C_4D \\ -C_3D-\alpha C_2D & -C_4D & \frac{1}{R_7}+C_4D+C_5D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{e_s(t)}{R_1}-\frac{\Gamma_{45}}{D}V_5-J_4(0^-) \\ \frac{\Gamma_{45}}{D}V_5+J_4(0^-)-\frac{\Gamma_{54}}{D}V_4-J_5(0^-) \\ \alpha i \end{bmatrix}$$

(هنگام گره)

$-\frac{\Gamma_{44}}{D}+\frac{\Gamma_{54}}{D} = -\frac{\Gamma_{45}}{D}-\frac{\Gamma_{54}}{D}$

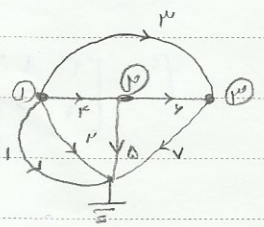
داریم: $V_5 = e_2$, $V_4 = e_1 - e_2$, $i = J_2 = C_2 D e_1$ $\Longrightarrow$ جایگذاری در معادلات گره مدار به دست آمد

$$\begin{bmatrix} \frac{e_s(t)}{R_1}-\frac{\Gamma_{45}}{D}e_2-J_4(0^-) \\ \frac{\Gamma_{45}}{D}e_2+J_4(0^-)-J_5(0^-)-\frac{\Gamma_{54}}{D}e_1+\frac{\Gamma_{54}}{D} \\ \alpha C_2 D e_1 \end{bmatrix}$$

نکته: شرایط اولیه سلف ها (جریان سلف ها) به مدار اعمال شد - ولی شرایط اولیه خازن ها هنوز اعمال نشده

در واقع در زمان حال این معادلات انتگرال - دیفرانسیل شرایط اولیه خازن ها اعمال می گردد

حل از روش منظم — ابتدا گراف و ماتریس A و ...



درخت‌ها

$$A = \begin{array}{c} \\ \text{گره ۱} \\ \text{گره ۲} \\ \text{گره ۳} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} ① & ② & ③ & ④ & ⑤ & ⑥ & ⑦ \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

۳×۷ ماتریس

نوشتن معادلات جریان شاخه‌ها

$J_1 = \frac{V_1}{R_1} - \frac{e_s(t)}{R_1}$ $\quad J_5 = \frac{1}{D}V_4 + \frac{2}{D}$

$J_2 = C_2 D V_2$ $\quad J_6 = C_4 D V_4$

$J_3 = C_3 D V_3$ $\quad J_7 = \frac{V_7}{R_7} - \alpha i = \frac{V_7}{R_7} - \alpha C_2 D V_2$

$J_4 = \frac{2}{D}V_4 + \frac{1}{D}V_4 + J_4(0^-)$

$$\begin{bmatrix} J_4 \\ J_5 \end{bmatrix} = \frac{1}{5}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_4 \\ V_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J_4(0^-) \\ J_5(0^-) \end{bmatrix}$$

مناسب آوردن

$$\begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \vdots \\ J_5 \\ \vdots \\ J_7 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & & & & & & \\ & C_2 D & & & & & \\ & & \frac{2}{D}\frac{1}{D} & & & & \\ & & & \frac{1}{5}\frac{2}{D} & & & \\ & & & & C_4 D & & \\ -\alpha C_2 D & & & & & \frac{1}{R_7} & \end{bmatrix}}_{Y_b} \begin{bmatrix} \\ \\ \\ V \\ \\ \\ \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{-e_s(t)}{R_1} \\ \\ \\ J_4(0^-) \\ J_5(0^-) \\ \\ \\ \end{bmatrix}}_{J_S}$$

Y_b

P4PCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

پس از ضرب ماتریس‌ها داریم

$$\begin{cases} Y_{n0}\, e = i_s \\ I_s = A Y_b V_s - A J_s \\ Y_n = A \cdot Y_b \cdot A^T \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1+2D+\frac{1}{D} & -\frac{2}{D} & -2D \\ -\frac{2}{D} & 3D+\frac{2}{D} & -3D \\ -6D & -3D & 5D+\frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+n(t)-1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

شرایط اولیه لازم برای حل معادلات

$$\begin{cases} e_1(0^-) = V_{c2}(0^-) = 1V \\ V_{c3}(0^-) = e_1(0^-) - e_3(0^-) = 2 \\ V_{c4}(0^-) = e_2(0^-) - e_3(0^-) = 2 \end{cases}$$

روش مش:

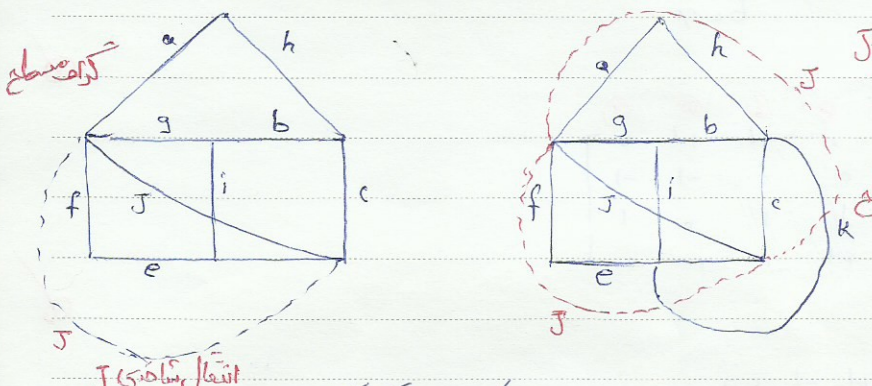
تعریف مش درونی (داخلی): مش درونی حلقه‌ای است که در درون آن حلقه‌ای دیگر نباشد

" بیرونی (خارجی): حلقه‌ای است که در خارج آن حلقه‌ای نباشد

← تعریف گراف‌های مسطح و غیر مسطح:

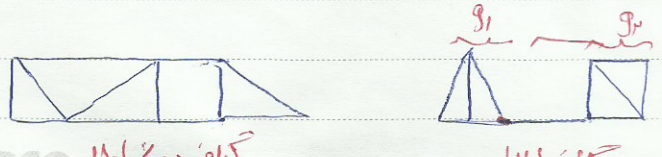
گراف مسطح: گرافی که آن را روی صفحه‌ای بدون رسم کردن بطوریکه هیچ دو شاخه‌ای خارج از رئوس هم رد نشود

در غیر این صورت گراف غیر مسطح است



(چون با انتقال دو شاخه صورت از روی شاخه K عبور می‌کند)

تعریف گراف‌های لولادار و بدون لولا: اگر گرافی را بتوانیم به دو گراف نامنوده‌ی g_1 و g_2 تفکیک کنیم به طوریکه در یک نقطه‌ی گره مشترک باشند به آن گراف، گراف لولادار می‌گوییم، در این صورت باید دو بلکه را جدا از هم تجزیه و تحلیل نمائیم، البته اگر عناصر تبدیل شده بین دو گراف نباشد



PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

نکته: تعداد مش های درونی در یک گراف مسطح بدون لوپ از رابطه ی زیر به دست می آید

$L = b - nt + 1$

b: تعداد کل شاخه ها nt: تعداد کل گره ها

تعداد کل مش ها $= L + 1$ (چون فقط یک مش خارجی داریم)

ماتریس مش M

$$M = \begin{bmatrix} \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & M_{ik} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix}$$

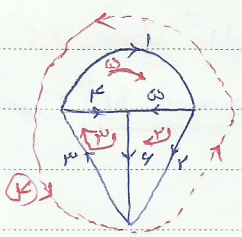
$$M_{ik} = \begin{cases} +1 & \text{هر وقت شاخه ی } k \text{ در مش } i \text{ بوده و جهت های قرارداد شان یکسان باشند.} \\ 0 & \text{ــ ــ ــ ــ نباشد.} \\ -1 & \text{ــ ــ ــ ــ بوده و جهت های قرارداد شان مخالف باشند.} \end{cases}$$

نکته: برای نوشتن ماتریس مش قرارداد به این صورت است که:

جهت مش های درونی در جهت گردش عقربه های ساعت

جهت مش های بیرونی در خلاف جهت گردش عقربه های ساعت در نظر گرفته می شود

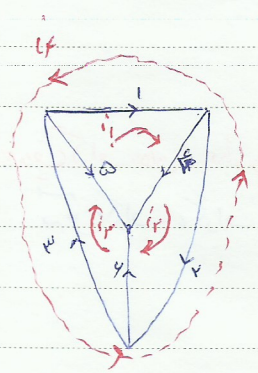
نکته: ماتریس مش برای گراف های غیر مسطح تعریف نمی شود، در واقع به طریقی دیگر روش مش برای شبکه های غیر مسطح به کار می رود



$L+1 = 3 + 1$ (درونی / بیرونی) $b = 6$

$M_{4\times 6}$

	①	②	③	④	⑤	⑥
①	1	0	0	-1	+1	0
②	0	1	0	0	-1	-1
③	0	0	1	1	0	1
④	-1	-1	-1	0	0	0



$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & +1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ادامه صفحه ی بعد

PqPCO

Subject :
Year . Month . Date . ( )

KVL ① $V_1 + V_2 - V_3 = 0$
② $V_2 + V_4 - V_5 = 0$
③ $V_3 + V_5 - V_6 = 0$
} سه معادله خطی مستقل

نتیجه‌گیری از KVL ⟹

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

④ $-V_1 - V_2 - V_3 = 0$ جمع سه معادله‌ی بالا

حاوی اطلاعات جدیدی نیست. پس می‌توان آن را نادیده گرفت

$A \cdot J = 0$ معادله‌ی مدل

⟹ تعیین $M \cdot V = 0$

نتیجه‌گیری از KCL

جریان مسیرهای داخلی : $i_1, i_2, i_3, \dots$

جریان شاخه‌ها : $J_1, J_2, \dots$

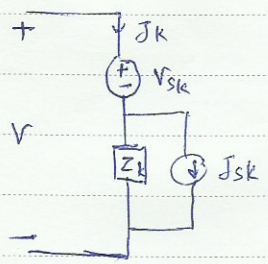
جریان شاخه‌ها را برحسب جریان مسیرهای داخلی می‌نویسیم

$$\begin{cases} J_1 = i_1 \\ J_2 = i_2 \\ J_3 = i_3 \\ J_4 = i_1 - i_2 \\ J_5 = i_2 - i_3 \\ J_6 = i_2 - i_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \vdots \\ J_6 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}}_{M^T} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix}$$

روش مسیر ⟹ $J = M^T \cdot i$

معادله‌ی مدل $V = A^T \cdot e$

در نظر گرفتن شاخه‌ی نمونه



$V = V_{sk} + Z_k (J_k - J_{sk})$

در صورت تمام شاخه‌ها

$V = V_s + Z_b \cdot J - Z_b J_s$

طرفین را در ماتریس M ضرب می‌کنیم ← $MV = MV_s + MZ_b J - MZ_b J_s$

$M^T \cdot i$

$\Rightarrow \underbrace{M \cdot Z_b \cdot M^T \cdot i}_{Z_m} = \underbrace{MZ_b J_s - MV_s}_{e_s}$

Z_m ماتریس امپدانس مسیر
Z_b ماتریس امپدانس شاخه
e_s بردار منابع ولتاژ مسیر
i بردار جریان مسیرهای داخلی

روش منظم نهایی

$$\begin{cases} Z_m \cdot i = e_s \\ Z_m = M \cdot Z_b \cdot M^T \\ e_s = MZ_b J_s - MV_s \end{cases}$$

اگر منابع جریان ← منابع ولتاژ آنگاه $J_s = 0$
$\Rightarrow e_s = -MV_s$

روش نظری

ابتدا منابع جریان تبدیل به منابع ولتاژ شوند

$Z_m \cdot i = e_s$

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{s1} \\ e_{s2} \\ \vdots \end{bmatrix}$$

توضیحات درایه‌ها متعاقباً

P4PCO

Subject :
Year . Month . Date . ( )

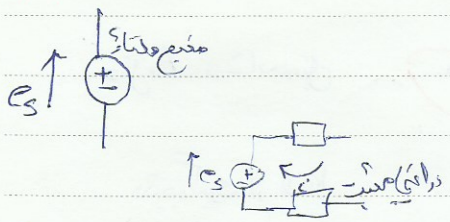
Z_{ii} : مجموع جبری مقادیر امپدانس های شاخه های مش i

Z_{ik} : منفی مجموع جبری امپدانس های مشترک بین مش i و k

i_i : جریان مش i

e_{si} : مجموع جبری مقادیر منابع ولتاژ مش

قرارداد :



⊕ : هرگاه جهت جریان مش و جهت منبع ولتاژ به صورت فلش یکسان باشند

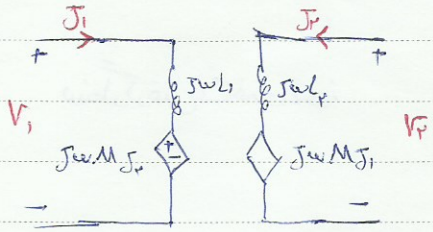
⊖ : هرگاه جهت جریان مش و جهت منبع ولتاژ به صورت فلش مخالف باشند

نکته : اگر در مدار منبع وابسته داشته باشیم منبع وابسته را مستقل فرض کرده و با مطالب مطرح شده روابط را می نویسیم پس در ادامه اگر منبع وابسته را دخالت می دهیم

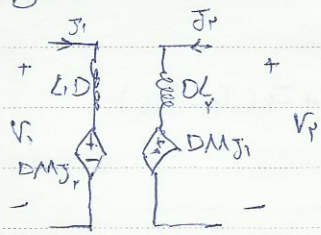
نکته :

محاسبه معادل سلف های نزدیک — دانی سنتی — ولتاژ دو سر مش $V_L = j\omega L_{J_L}$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = j\omega \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix}$$



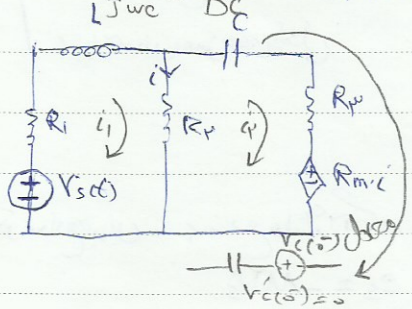
انتگرال دیفرانسیل



مثال : مدار زیر را در نظر بگیرید معادلات انتگرال دیفرانسیل مش را بر اساس q_1 و q_2 بنویسید ($i_1 = Dq_1$ ، $i_2 = Dq_2$) فرض کنید خازن در لحظه اولیه دارد $V_{c(0)} \neq 0 = V_0$

$Z_L = j\omega L = DL$

$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{DC}$



$Z_{mesh} = e_s$

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} R_1+DL+R_2 & -R_2 \\ -R_2+R_m & R_2+R_3+\frac{1}{DC}-R_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_s(t) \\ \end{bmatrix}$$

$$-V_{c(0)} - iR_m = -V_{c(0)} - R_m i_1 + R_m i_2$$

$i = i_1 - i_2$

$$\begin{bmatrix} R_1+R_2+LD & -R_2 \\ R_m-R_2 & R_1+R_2-R_m+\frac{1}{CD} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_s(t) \\ -V_0 \end{bmatrix}$$

Dq_1 ، Dq_2

P4PCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} LD^2+(R_1+R_2)D & -R_2D \\ (R_m-R_2)D & (R_2+R_3-R_m)D+\frac{1}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_s(t) \\ -V_0 \end{bmatrix}$$

معادلات حاصل شده

چون در حین اولین عنصر ذخیره کننده‌ی بار خازن (C) داریم: $q_1(0^-)=0$ ، $q_2(0^-)=CV_c(0^-)=C\times 0=0$ (عدد صفر کولن) ، $\frac{dq_1}{dt}(0^-)=i_1(0^-)=i_L(0^-)=I_0$

چرا؟

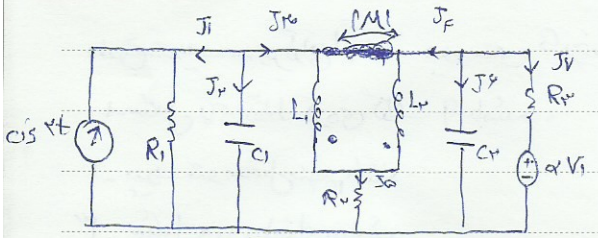
برای حل این معادلات دیفرانسیل به شرایط اولیه زیر داریم

$$\begin{cases} q_2(0^-) \\ q_1(0^-) \ ,\ \frac{dq_1}{dt}(0^-) \end{cases}$$

جابجایی

مسئله‌ی حل با روش منظم (نودی)

مثال روش سوپرمش: در دو حالت کلی و سینوسی ثابت معادلات مش را از دو روش منظم و نظری به دست آورید



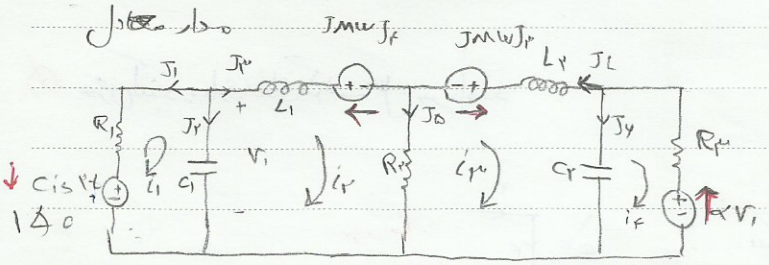
$R_1=R_2=R_3=1\Omega$

$C_1=C_2=1F$

$L_1=|M|=1H$

$L_2=2H$ $\alpha=\frac{1}{2}$

حوزه‌ی فرکانس



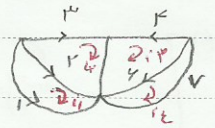
$$*\ \alpha V_1=\alpha V_{C_1}=\alpha\frac{1}{j\omega C_1}\times J_2 \Rightarrow \alpha V_1=\alpha\frac{1}{j\omega C_1}(i_1-i_2)$$

$$\begin{bmatrix} R_1+\frac{1}{j\omega C_1} & \frac{-1}{j\omega C_1} & 0 & 0 \\ \frac{-1}{j\omega C_1} & \frac{1}{j\omega C_1}+j\omega L_1+R_2 & -R_2\mp j\omega M & 0 \\ 0 & -R_2-j\omega M & R_2+j\omega L_2+\frac{1}{j\omega C_2} & \frac{-1}{j\omega C_2} \\ 0+\frac{\alpha}{j\omega C_1} & 0-\frac{\alpha}{j\omega C_1} & \frac{-1}{j\omega C_2} & R_3+\frac{1}{j\omega C_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1\angle 0 \\ -j\omega M J_5 = j\omega M(-i_3) \\ j\omega M J_3 = j\omega M(i_2) \\ \frac{-\alpha}{j\omega C_1}i_1+\frac{\alpha}{j\omega C_1}i_2 \end{bmatrix}$$

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

روش صفر



$$M=\begin{array}{c} \\ ① \\ ② \\ ③ \\ ④ \end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{ccccccc} ① & ② & ③ & ④ & ⑤ & ⑥ & ⑦ \end{array}\\ \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}\end{array}$$

$V_1 = R_1 J_1 + R_1 \times 1$

$V_2 = \frac{1}{JwC_1} J_2$

$V_3 = JwL_1 J_2 + JwM J_4$

$V_4 = JwL_2 J_2 + JwM J_3$

$V_5 = R_2 J_5$

$V_6 = \frac{1}{JwC_4} J_6$

$V_7 = R_3 J_7 + \alpha \frac{1}{JwC_1} J_2$

ادامه حل به صورت دانشجویی

Z_b را به دست آورده .... (تحویلی)

تجزیه و تحلیل حلقه‌ای اساسی و کات ست اساسی

این دو روش رو می‌کامل‌اً خوانده که در درس مدار ۱ بدرسی نشده است

تعریف درخت:

طبق تعریف به زیر گرافی از گراف پیوسته‌ی G درخت گوییم که دارای سه خصوصیت زیر باشد:

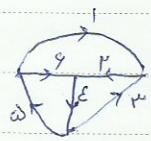
۱- شامل تمامی نقاط گره‌ی گراف G باشند.

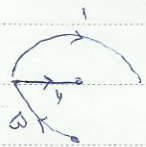
۲- پیوسته و متصل به هم باشند

۳- شامل هیچ حلقه‌ای نباشد

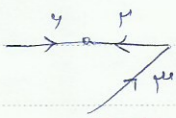
نکته: شاخه‌های درخت در درخت گم‌داد، لینک‌های درخت، در درخت نمی‌آیند

⑦ خارج کنید مواردی دارای گراف شکل زیر باشند

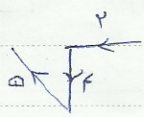




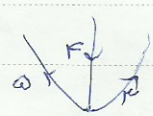
درخت T_1 شاخه ۶ و ۵ و ۱
لینک ۴ و ۳ و ۲



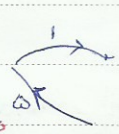
درخت T_2
شاخه ۶ و ۳ و ۲
لینک ۵ و ۴ و ۱



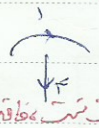
درخت T_3
شاخه ۵ و ۴ و ۲
لینک ۶ و ۳ و ۱



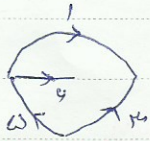
درخت T_5
شاخه ۵ و ۴ و ۳
لینک ۶ و ۲ و ۱



درخت نیست، مقاومت مدار ∞



درخت نیست، مقاومت مدار ∞



درخت نیست، مقاومت مدار ∞

P4PCO

حل تمرین شبیه‌سازی ۱۰

Subject:
Year. Month. Date. ( )

تجزیه و تحلیل حلقه اساسی

تعداد شاخه‌های درخت $n \triangleq nt-1$

تعداد شاخه‌های درخت $n \triangleq nt-1$

هر لینک، یک حلقه‌ی اساسی را مشخص می‌کند

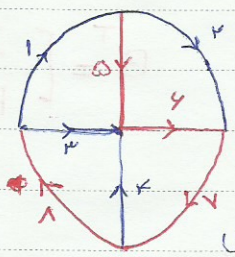
تعداد حلقه‌های اساسی برابر با تعداد لینک‌هاست $L \triangleq b-nt+1$

قرارداد ①:

لینک‌ها را از ۱ تا L و شاخه‌های درخت را از $L+1$ تا b شماره‌گذاری می‌کنیم (الزامی نیست)

قرارداد ②

جهت هر حلقه اساسی را جهت لینک متناظر با آن در نظر می‌گیریم (الزامی است)



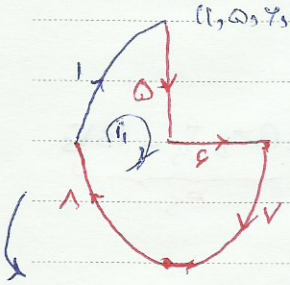
تعداد کل نقاط گره $nt=5$

تعداد شاخه‌های درخت $n=4$

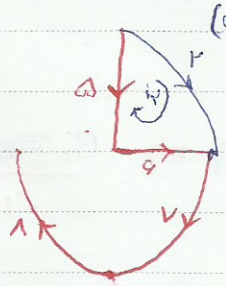
شاخه‌های درخت $(5,6,7,8)$

لینک‌های درخت $(1,2,3,4)$

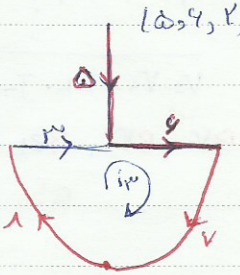
حلقه اساسی ① $(1,5,6,7,8)$



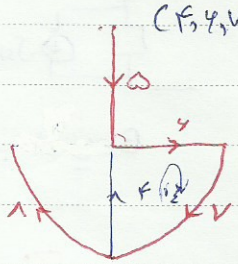
حلقه اساسی ② $(5,6,2)$



حلقه اساسی ③ $(5,6,3)$



حلقه اساسی ④ $(4,6,7)$



نتیجه‌گیری از KVL:

$$KVL_{①}: V_1+V_5+V_6+V_7+V_8=0$$
$$KVL_{②}: V_2-V_6-V_5=0$$
$$KVL_{③}: V_3+V_6+V_7+V_8=0$$
$$KVL_{④}: V_4+V_6+V_7=0$$

چهار معادله خطی مستقل (از ۴ تا ۹)

$$\begin{bmatrix} 1&0&0&0&1&1&1&1\\ 0&1&0&0&-1&-1&0&0\\ 0&0&1&0&0&1&1&1\\ 0&0&0&1&0&1&1&0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1\\ V_2\\ \vdots\\ V_n \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

ماتریس حلقه اساسی B

اگر شاخه k در حلقه‌ی اساسی i بوده و جهت‌های قرارداد یکسان باشند

$$b_{ik}=\begin{cases} +1 \\ -1 \\ 0 \end{cases}$$

اگر شاخه k در حلقه اساسی i نباشد

$B_{L\times b}$ — تعداد حلقه‌های اساسی / تعداد کل شاخه‌ها

$\Rightarrow B=[I\ ;\ F]$ داریم $\Rightarrow B.V=0$

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

✓ نتیجه گیری از kcl : * جریان حلقه های اساسی را با $i_1, i_2, i_3, \dots$ نمایش دادیم

* جریان شاخه ها را با $J_1, J_2, \dots$ نمایش می دهیم

* جریان شاخه ها را بر اساس جریان حلقه های تعیین می کنیم

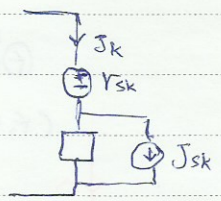
$$J_1 = i_1$$
$$J_2 = i_2$$
$$J_3 = i_3$$
$$J_4 = i_4$$
$$J_5 = i_1 - i_2$$
$$J_6 = i_1 - i_2 + i_3 + i_4$$
$$J_7 = i_1 + i_3 + i_4$$
$$J_8 = i_4 + i_3$$

فرم ماتریسی

$$\begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \\ J_4 \\ J_5 \\ J_6 \\ J_7 \\ J_8 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{B^T} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{bmatrix}$$

$$J = B^T \cdot i \qquad B^T = \left[\begin{array}{c} I \\ \hline F^T \end{array}\right]$$

تحلیل شاخه ای فوق — هم دست آوردن معادلات حلقه ای



$$V_k = V_{sk} + Z_k (J_k - J_{sk})$$

$$V = V_s + Z_b \cdot J - Z_b J_s$$

ضرب طرفین در B

$$BV = BV_s + BZ_b \cdot J - BZ_b J_s \Rightarrow \underbrace{B \cdot Z_b \cdot B^T}_{Z_L} \cdot i = \underbrace{BZ_b J_s - BV_s}_{e_s}$$

($B^T \cdot i$ ↙)

نهایی (مقطعی)

$$\begin{cases} Z_L \cdot i = e_s \\ Z_L = B \cdot Z_b \cdot B^T \\ e_s = BZ_b J_s - BV_s \end{cases}$$

نکته : اگر منابع جریان ← منابع ولتاژ آنگاه $J_s \leftarrow 0$ ، $e_s = -BV_s$

مطالب ارائه شده مربوط به روش منظم بود

صفحه‌ای بعد روش نظری

P4PCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

* روش نظری *

$$Z_L \cdot i = e_s \qquad \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & \cdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{s1} \\ e_{s2} \\ e_{sL} \end{bmatrix}$$

ابتدا تمامی منابع جریان را به منابع ولتاژ تبدیل می‌کنیم

امپدانس شاخه‌های حلقه‌ی اساسی i: Z_{ii} مجموع

Z_{ik} ± مجموع همه‌ی امپدانس‌های مشترک بین حلقه‌ی i و k

+ هرگاه جهت جریان حلقه‌های i و k یکسان باشد

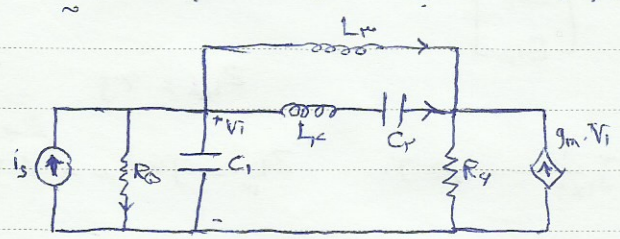
− هرگاه جهت جریان حلقه‌های i و k یکسان نباشد

} روابط ماتریسی تارا

e_{si} سمت راست روش حل تعیین می‌گردد i_i جریان حلقه‌ی i

نکته مهم: به جهت خود شاخه‌ی مشترک کاری نداریم

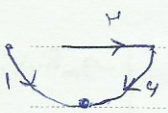
✓ شبکه‌ی زیر در حالت دائمی سینوسی است، معادلات حلقه‌ی اساسی را با توجه به درخت انتخابی T از روش نظری به دست آورید



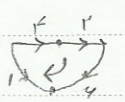
$g_m = 2$ $R_5 = 1\,\Omega$ $R_2 = 2\,\Omega$

$C_1 = 2F$ $C_2 = 1F$ $L_3 = 1H$ $L_4 = 3H$

$i_{s(t)} = 3\sin 2t$ $i_s = 3\angle -90$

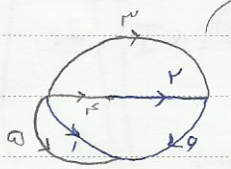








حل:



درخت شاخه‌ای (۱و۲و۶) حلقه‌های اساسی

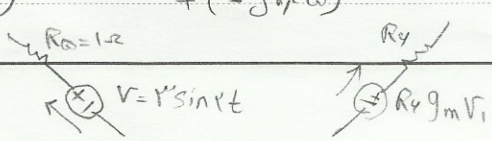
$$Z_L \cdot I = e_s \qquad \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} E_{s1} \\ E_{s2} \\ E_{s3} \end{bmatrix}$$

① حلقه اساسی (۳و۱و۶) $Z_{C_1} = -J\frac{1}{\omega C_1} = \frac{-J}{1\times 2} = -J\,0.5$

② حلقه اساسی (۴و۲و۱و۶) $Z_{C_2} = -J\frac{1}{1\times 1} = -J\,1$

③ حلقه اساسی (۵و۱) $Z_{L_3} = J\omega L_3 = J2\times 4 = J8$ ، $Z_{L_4} = J2\times 3 = J6$

$$\begin{bmatrix} J8 - J0.25 - 2 + J & -J0.25 + 2 + J & +(-J0.25) + J \\ -J0.25 + 2 + J & -J0.25 + J4 - J0.5 + 2 + J & +(-J0.25) + J \\ +(-J0.25) & +(-J0.25) & 1 - J0.25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -g_m R_2 V_1 \rightarrow -JI_1 - JI_2 - JI_3 \\ -g_m R_2 V_1 \rightarrow -JI_1 - JI_2 - JI_3 \\ -1\times 3\angle 90 \\ J3 \end{bmatrix}$$



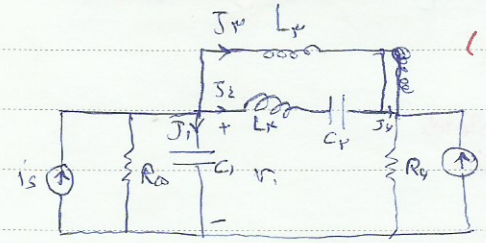
۱۲۵--
۱۲۶--

Subject:
Year. Month. Date. ( )

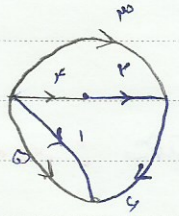
$g_m . R_4 . V_1 = 2 \times 2 \times V_1 = 4V_1$

$V_1 = V_{C_1} = Z_{C_1} \times J_{C_1} = -J\,0.25 \times J_{C_1}$ ، $J_{C_1} = -I_1 - I_2 - I_3$

$g_m R_4 . V_1 = 4(-J\,0.25)(-I_1 - I_2 - I_3) \Rightarrow -g_m R_4 V_1 = -JI_1 - JI_2 - JI_3$



(الف) دیدگاه در حالت دائمی سینوسی است مطلوب است محاسبات حلقه‌ای جریان منبع ولتاژ وابسته



لینک‌ها حلقه‌ای ۱ (۳، ۱، ۲)
حلقه‌ای ۲ (۴، ۲، ۱، ۶) حلقه‌ای ۳ (۵، ۱)

$Z_L \cdot I = E_S \Rightarrow \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{S_1} \\ E_{S_2} \\ E_{S_3} \end{bmatrix}$

$Z_{L_4} = 4J$

$Z_{C_1} = -J\frac{1}{\omega C_1} = \frac{-J}{2 \times 2} = -0.25J$ $\quad Z_{C_2} = -J\frac{1}{1 \times 2} = -0.5J$ $\quad Z_{L_3} = J\omega L_3 = 1J$

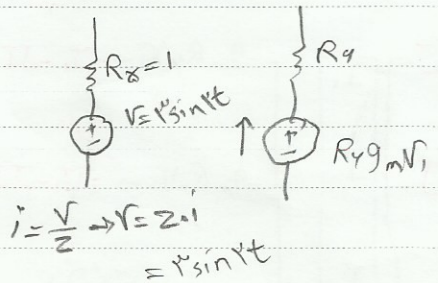
$$\begin{bmatrix} 1J - 0.25J - 2 + J & -0.25J + 2 + J & +(-0.25J) + J \\ -0.25J + 2 + J & -0.25J + 2J - 0.5J + 2 + J & +(-0.25J) + J \\ +(-0.25J) & +(-0.25J) & (1 - J\,0.25) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -g_m R_4 V_1 \\ -g_m R_4 V_1 \\ \frac{-1 \times 2\angle -90}{2J} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -JI_1 - JI_2 - JI_3 \\ -JI_1 - JI_2 - JI_3 \\ \frac{-1 \times 2\angle -90}{2J} \end{bmatrix}$$

$g_m R_4 V_1 = 2 \times 2 \times V_1 = 4V_1$

$V_1 = V_{C_1} = Z_{C_2} \times J_{C_1} = -0.25J\,C_1$ ، $J_{C_1} = -I_1 - I_2 - I_3$

$g_m R_4 V_1 = 4(-0.25J)(-I_1 - I_2 - I_3) = -JI_1 - JI_2 - JI_3$

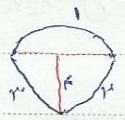


$i = \frac{V}{Z} \rightarrow V = Z \cdot i$
$= 2\sin 2t$

PdPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

نکته ۱ مقایسه‌ی دو روش مش و حلقه‌ی اساسی

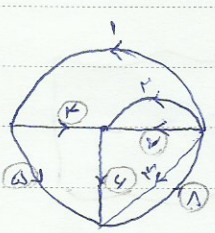


نکته ۲ جابجایی منابع

در حل برخی از مسائل با توجه به ساختار مدار جهت ساده‌سازی راه حل می‌توان از جابجایی منابع و تبدیل آن‌ها به صورت‌های زیر استفاده کرد

۱- جابجایی منبع ولتاژ: منابع را می‌توان در گاف‌های ۱ و ۲ و ۳ یا در شاخه‌های ۴، ۵ قرار داد، در مورد جهت منابع دقت کنید، منبع را طوری تا جهان جهت رعایت کرد، حال می‌توان در ساختار جدید به عنوان مثال منبع ولتاژ با یک امپدانس سری شده است که احتمال تبدیل توان توسط دو سری شده است

* تمرین: در گراف شکل زیر، اگر مقدس حلقه‌های اساسی، متناظر با درختی با شاخه‌های ۱، ۲، ۳ بنویسیم این ماتریس به صورت $[F|I]$ می‌آید، زیر ماتریس F را به دست آورید



	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۴	۱	-۱	۰	۱	۰	۰	۰	۰
۵	۱	۰	-۱	۰	۱	۰	۰	۰
۶	۰	۱	-۱	۰	۰	۱	۰	۰
۷	۰	-۱	۰	۰	۰	۰	۱	۰
۸	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۱

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

تجزیه و تحلیل کات ست اساسی

هر شاخه‌ی درخت یک کات ست اساسی را مشخص می‌کند

تعداد کات ست‌های اساسی برابر با تعداد شاخه‌های درخت است

قرارداد ①: لینک‌ها را از ۱ تا l و شاخه‌های درخت را از l+1 تا b نامگذاری می‌کنیم (الزامی نیست)

قرارداد ②: جهت هر کات ست اساسی را جهت شاخه درخت متناظر با آن در نظر می‌گیریم (الزامی است)

مثال:

شاخه‌های درخت (۵، ۶، ۷، ۸)

لینک‌های درخت (۱، ۲، ۳، ۴)

نتیجه‌گیری از kcl: kcl را در کات ست‌های اساسی می‌نویسیم

$$\left.\begin{array}{l} kcl\ ①: -J_1 + J_5 + J_2 = 0 \\ kcl\ ②: +J_2 + J_6 - J_3 - J_1 - J_4 = 0 \\ kcl\ ③: -J_1 - J_3 - J_4 + J_7 = 0 \\ kcl\ ④: -J_1 - J_3 + J_8 = 0 \end{array}\right\} \text{معادلات خطی مستقل}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \vdots \\ J_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

کات ست — شاخه

$$\Rightarrow \underset{n \times b}{Q} \cdot J = 0$$

P4PCO

Subject :
Year . Month . Date . ( )

$$Q = \begin{bmatrix} \cdots & q_{ik} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix}$$

q_{ik} = اگر شاخه‌ی k در برگرفت ست i ام آن بوده و جهت‌های هر دو یکسان باشد $+1$ / اگر ... ولی جهت‌ها مخالف باشد -1 / اگر شاخه k در برگرفت ست i ام نباشد 0

$$Q_{n \times b} = [E \mid I]$$

نتیجه‌گیری از KVL :

$V_1 = -e_1 - e_2 - e_3 - e_4$ $\quad V_2 = e_1 + e_2$ $\quad V_3 = -(e_2 + e_3 + e_5)$ $\quad V_4 = -e_3 - e_5$

$V_5 = e_2$ $\quad V_6 = e_3$ $\quad V_7 = e_5$ $\quad V_8 = e_1$

$e_1, e_2, \ldots$ ولتاژ شاخه‌های درخت

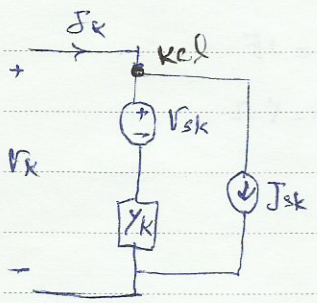
$V_1, V_2, \ldots$ ولتاژ لینک‌های درخت

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdot \\ 0 & 1 & 1 & \cdot \\ 0 & \cdot & 0 & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} \Longrightarrow$$

$$V = Q^T \cdot e$$

e : بردار ولتاژ شاخه‌های درخت

شاخه‌ی نمونه :



$kcl: J_k = J_{sk} + Y_k(V_k - V_{sk})$

(برای شاخه)

$$J_k = J_s + Y_b V - Y_b V_s$$

ضرب طرفین در Q $\Longrightarrow$ $Q J_k = Q J_s + Q Y_b V - Q Y_b V_s$

$Q \cdot e$

$$\Longrightarrow \underbrace{Q Y_b Q^T}_{Y_q} \cdot e = \underbrace{Q Y_b V_s - Q J_s}_{i_s}$$

نهایی $\Longrightarrow Y_q \cdot e = i_s$ ، $Y_q = Q Y_b Q^T$ ، $i_s = Q V_s Y_b - Q J_s$

$i_s = -Q J_s \Longleftarrow V_s \to 0$ اگر منابع ولتاژ به هیدان بتبدیل شوند آنگاه

P4PCO

Subject :
Year . Month . Date . ( )

روش ولتاژ گره :

$Y_{ab} \cdot e(t) = i_s(t)$

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots \\ \vdots & \ddots & \\ \cdots & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{s1} \\ \vdots \\ i_{sn} \end{bmatrix}$$

Y_{ii} مجموع هدایت مقادیر امپدانس های شاخه های کات ست اساسی i

Y_{ik} به علاوه عنصر های مقادیر امپدانس شاخه های مشترک بین کات ست اساسی i و k

e_i ولتاژ شاخه ام درخت

Y_{ik} ⊕ جهت دو کات ست i و k بیرون روی شاخه ی مشترک موافق باشد

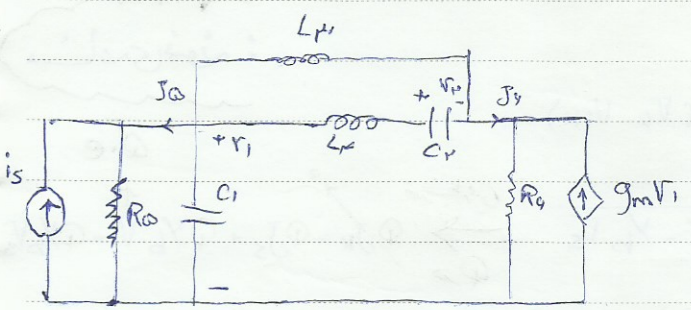
Y_{ik} ⊖ جهت دو کات ست i و k بیرون روی شاخه ی مشترک مخالف باشد

i_s مجموع جبری مقادیر منابع جریان کات ست اساسی i

⊕ جهت منبع جریان و جهت کات ست i مخالف باشد

⊖ ~ ~ ~ ~ ~ موافق باشد

۷) شبکه ی زیر در حالت دائمی ست معادلات کات ست اساسی شبکه را با توجه به درخت انتخابی t به دست آورید (کلی)



$g_m = 2$ $C_1 = 1F$ $C_2 = 1F$

$L_3 = 3H$ $L_4 = 3H$ $R_6 = 2\Omega$

$i_s(t) = 3\sin 4t$

P4PCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

معادلات حالت «state equation»

$$\frac{dx}{dt} = \dot{X} = AX + bw$$

بردار ورودی‌ها = منبع ولتاژ جریان

x_i: بردار حالت
t: زمان
A, b: دو ماتریس ثابت

$$X = \begin{bmatrix} V_{C_1} \\ V_{C_2} \\ \vdots \\ J_{L_1} \\ J_{L_2} \end{bmatrix} \quad \text{یا} \quad X = \begin{bmatrix} q_{C_1} \\ q_{C_2} \\ \vdots \\ q_{L_1} \\ q_{L_2} \end{bmatrix}$$

ولتاژ خازن‌ها، جریان سلف‌ها — بار خازن‌ـ شار سلف

نکته: اگر در صورت مسئله عنوان نشد که متغیر حالت را چه متغیری در نظر بگیریم به صورت پیش فرض ولتاژ خازن و جریان سلف را در نظر می‌گیریم

مفهوم متغیر حالت: متغیرهای حالت به متغیرهایی اطلاق می‌شود که وضعیتی از مدار را در خود حفظ می‌کند و رفتار بعدی مدار به شرایط آن‌ها وابسته است، به عنوان مثال، ولتاژ خازن و جریان سلف‌ها لحظه‌ای نمی‌توانند تغییر کنند و به شرایط ماقبل خود بستگی دارد

مراحل قدم به قدم به دست آوردن معادلات حالت

۱- درختی انتخاب کرده که تمام خازن‌ها را در برداشته باشد و سلفی را شامل نگردد، این درخت را درخت مناسب گویند (هرگاه حلقه‌ی خازنی و یا کات ست سلفی نداشته باشیم امکان پذیر است) (معادله حاصل تعداد آمد نیاز می‌شود)

۲- KCL را در کات ست های اساسی شامل شاخه‌های خازنی درخت می‌نویسیم (سعی می‌کنیم تا حد امکان برحسب متغیرهای حالت باشد)

۳- KVL را در حلقه‌های اساسی شامل لینک‌های سلفی می‌نویسیم (سعی می‌کنیم تا حد امکان برحسب متغیرهای حالت باشد)

در صورت لزوم از شیوه‌های ۴، ۵ استفاده می‌شود:

۴- KCL را در کات ست‌های شامل شاخه‌های درخت می‌نویسیم و از آن‌ها در جهت حذف متغیرهای غیرحالت ظاهر شده در بندهای دیگر

P4PCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

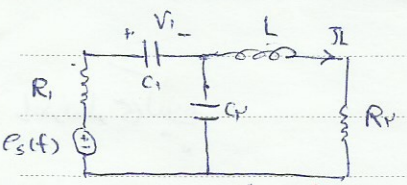
۳.۲ استفاده می‌کنیم

۵- KVL را در حلقه‌های اساسی شامل دیگر لینک‌های دخالتی می‌نویسیم و از آن‌ها جهت حذف متغیرهای غیر حالت خاهر شده در بندهای ۲ و ۳.۲ استفاده می‌کنیم

۶- معادلات را به فرم معادلات حالت مرتب می‌کنیم، یعنی داریم $\dot{X} = AX + bw$

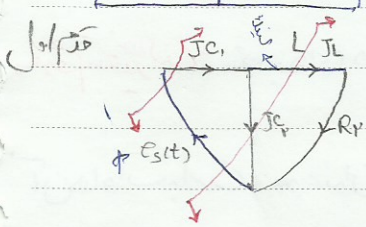
تذکر: هر مسئله‌ای با رعایت دقیق این الگوریتم قابل حل است

۷: در شکل زیر معادلات حالت شبکه را به دست آورید



$$X = \begin{bmatrix} V_{c1} \\ V_{c2} \\ J_{L1} \end{bmatrix}$$

مقدم اول



مقدم دوم

KCL کاتست C_1 : $J_{C1} - J_{R1} = 0$

$$C_1 \frac{dV_{c1}}{dt} = J_{R1} \Rightarrow \frac{dV_{c1}}{dt} = \frac{J_{R1}}{C_1} \quad (1)$$

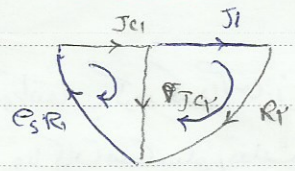
داخص است چون J_{R1} متغیر حالت است

KCL کاتست C_2 : $J_{C2} + J_L - J_{R1} = 0 \Rightarrow C_2 \frac{dV_{c2}}{dt} + J_L - J_{R1} = 0$

$$\Rightarrow \frac{dV_{c2}}{dt} = \frac{-J_L}{C_2} + \frac{1}{C_2} J_{R1} \quad (2)$$

داخص است چون J_{R2} متغیر حالت است

مقدم سوم



KVL : $V_L + V_{R2} - V_{C2} = 0$

$$\frac{L\, dJ_L}{dt} = V_{C2} - V_{R2} \qquad L\frac{dJ_L}{dt} = V_{C2} - R_2 J_L$$

$$\Rightarrow \frac{dJ_L}{dt} = \frac{1}{L} V_{C2} - \frac{R_2}{L} J_L \quad (3)$$ کامل

برای حذف J_{R1} از بندهای ۲ و ۳ استفاده می‌کنیم - J_{R1} همان لینک است از بند ۵ استفاده می‌کنیم و بند ۴ نیاز نیست:

مقدم سوم: $V_{C1} + V_{C2} - e_s(t) + R_1 J_{R1} = 0$

$$J_{R1} = \frac{-V_{C1}}{R_1} - \frac{1}{R_1} V_{C2} + \frac{1}{R_1} e_s(t) \quad (4)$$

از جایگزین کردن ۴ در ۱ و ۲ داریم:

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\text{I}\quad \frac{dV_{c1}}{dt} = \frac{-1}{R_1C_1}V_{c1} - \frac{1}{R_1C_1}V_{c2} + \frac{1}{R_1C_1}e_s(t)$$

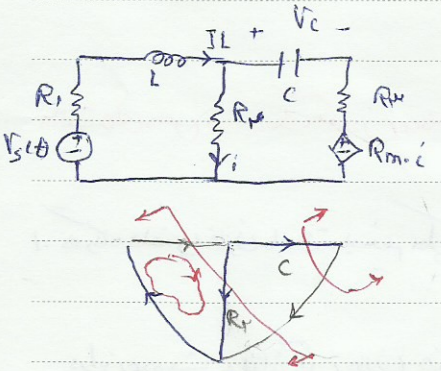
$$\text{II}\quad \frac{dV_{c2}}{dt} = \frac{-1}{R_1C_2}V_{c2} - \frac{1}{R_1C_2}V_{c2} + \frac{1}{R_1C_2}e_s(t) - \frac{1}{C_2}J_L$$

$$\text{III}\quad \frac{dJ_L}{dt} = \frac{1}{L}V_{c2} - \frac{R_2}{L}J_L$$

مرحله ۶ مرتب کردن معادلات $X^\circ = AX + bw$

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} V_{c1} \\ V_{c2} \\ J_{L1} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{-1}{R_1C_1} & \frac{-1}{R_1C_1} & 0 \\ \frac{-1}{R_1C_2} & \frac{-1}{R_1C_2} & \frac{-1}{C_2} \\ 0 & \frac{1}{L} & \frac{-R_2}{L} \end{bmatrix}}_{X^\circ} \underbrace{\begin{bmatrix} V_{c1} \\ V_{c2} \\ J_L \end{bmatrix}}_{A} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1C_1} \\ \\ \frac{1}{R_1C_2} \end{bmatrix}}_{b} \underbrace{e_s(t)}_{w}$$

۲ مرحله: معادلات حالت مدار شکل زیر را به دست آورید



$R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, $R_3 = 3\Omega$, $R_m = 1\Omega$, $L = 1H$, $C = 1F$

متغیرهای حالت $\begin{bmatrix} J_L \\ V_c \end{bmatrix}$

C گره KCL : $JC_1 - JR_3$ $\quad c\frac{dV_c}{dt} = JR_3 \quad \frac{dV_c}{dt} = \frac{JR_3}{C}$ ① معادله حالت متغیر JR_3 و V_c

L حلقه KVL : $V_L + R_2 \cdot i - V_s + R_1 J_L = 0 \Rightarrow \frac{dJ_L}{dt} = -2i - J_L + V_s(t)$ ② معادله حالت

KVL (حلقه پایین R3) : $V_c + 1''JR_3 - 2i + R_m \cdot i = 0 \Rightarrow i = 1''JR_3 = V_c$ k_1

$\Rightarrow$ دو معادله k_1 و k_2 $\Rightarrow$ $\begin{cases} i - 1''JR_3 = V_c \\ i + JR_3 = J_L \end{cases}$

KCL (گره R1) : $-J_L + i + JR_3 = 0 \Rightarrow i + JR_3 = J_L$ k_2

k_3

$$\Rightarrow i = \frac{1}{4}V_c + \frac{3}{4}J_L$$

k_4

$$JR_3 = \frac{-1}{4}V_c + \frac{1}{4}J_L$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

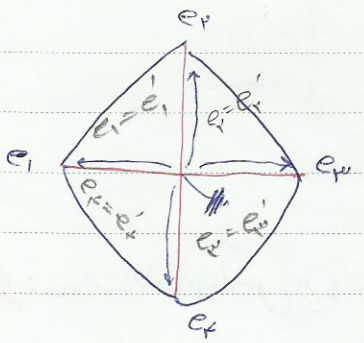
$$① \Rightarrow \frac{dV_c}{dt} = \frac{-1}{4} V_c + \frac{1}{4} J_L$$

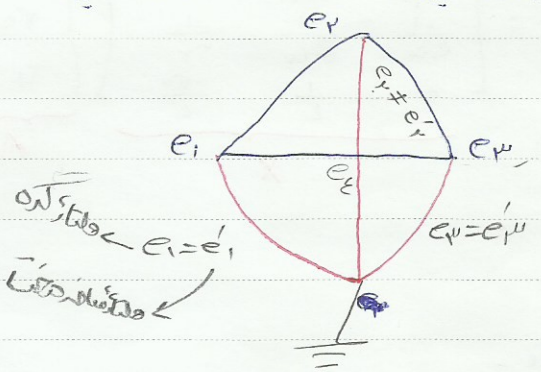
$$② \Rightarrow \frac{dJ_L}{dt} = \frac{1}{2} V_c - \frac{3}{2} J_L + V_s - J_L$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} V_c \\ J_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/4 & 1/4 \\ -1/2 & -5/2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_c \\ J_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} V_s(t)$$

X' A X b u

نکته: در حالت کلی تجزیه و تحلیل کره حالت های از تجزیه و تحلیل کات ست اساسی نیست





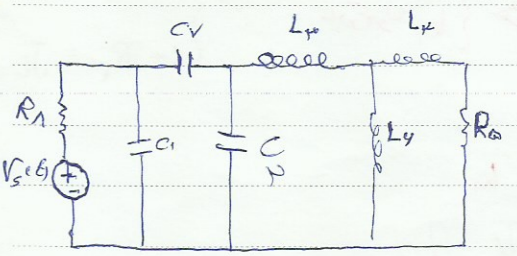
حالت های لازم در به دست آوردن معادله حالت

۱. هرگاه حلقه ای لازم داشته باشیم یکی از خازن ها را شاخه ی درخت می گیریم، چون با KVL در حلقه ی خازنی ولتاژ آن خازن قابل تعیین است

در این صورت ولتاژ آن خازن جزء متغیرهای حالت می باشد

۲. هرگاه کات ست سلفی داشته باشیم، یکی از سلف ها را شاخه ی درخت می گیریم چون با KCL در کات ست سلفی، جریان آن سلف قابل تعیین است در این صورت جریان آن سلف به عنوان متغیر حالت می باشد

✓ در شبکه ی زیر معادلات حالت را به دست آورید



$C_1 = C_2 = 1F$ $L_6 = 1H$

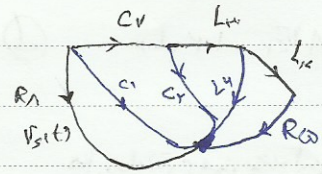
$C_7 = 2F$ $R_5 = R_1 = 1\Omega$ $L_3, L_4 = 0.5H$

P4PCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

حالت دوم: یکی از حلقه‌ها را شامل درخت می‌گیریم (حلقه خارجی) و یکی از سلف‌ها را شامل درخت می‌گیریم (کات‌ست سلفی)

درخت ما:



$\frac{kcl}{\text{کات‌ست } C_1}: JC_1 + JC_2 + JR_8 = 0 \Rightarrow C_1\frac{dV_{C1}}{dt} + C_2\frac{dV_{C2}}{dt} + JR_8 = 0$

$\rightarrow \frac{dV_{C1}}{dt} + \frac{dV_{C2}}{dt} = -JR_8$ (I) معادله است V_{C2} و JR_8 متغیرحالت نیستند

$\frac{kvl}{\text{حلقه خارجی}}: -V_{C2} + V_{C1} - V_{C4} = 0 \Rightarrow V_{C2} = V_{C1} - V_{C4}$

$\frac{kvl}{R_8 \text{ حلقه}}: R_8 JR_8 + V_S(t) - V_{C1} = 0 \Rightarrow JR_8 = V_{C1} - V_S(t)$

(I) $\Rightarrow \frac{dV_{C1}}{dt} + 2\frac{d}{dt}(V_{C1} - V_{C4}) = -V_{C1} + V_S(t) \Rightarrow \frac{3dV_{C1}}{dt} - \frac{2dV_{C4}}{dt} = -V_{C1} + V_S(t)$ (II) بعضی است

$\frac{kcl}{C_4 \text{ کات‌ست}}: JC_4 + JL_3 - JC_2 = 0 \Rightarrow \frac{dV_{C4}}{dt} - \frac{2d}{dt}(V_{C1} - V_{C4}) + JL_3 = 0$

$C_4\frac{dV_{C4}}{dt} + JL_3 - C_2\frac{dV_{C2}}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{2dV_{C4}}{dt} - \frac{2dV_{C1}}{dt} + JL_3 = 0$ (III) بعضی است

(II) و (III) دوضابطه‌ی دو مجهول $\rightarrow$ پس از حل

$$\begin{cases} \frac{dV_{C1}}{dt} = -0.6V_{C1} - 0.4JL_3 + 0.6V_S(t) \\ \frac{dV_{C4}}{dt} = -0.4V_{C1} + 0.4V_S(t) - 0.4JL_3 \end{cases}$$

حل شده a

حل شده b

$\frac{kvl}{L_3 \text{ حلقه}}: VL_3 + VL_4 - V_{C4} = 0 \Rightarrow L_3\frac{dJL_3}{dt} + L_4\frac{d}{dt}JL_4 = V_{C4}$ (IV) بعضی

$\frac{kcl}{L_4 \text{ کات‌ست}}: JL_4 + JL_5 - JL_3 = 0 \rightarrow JL_5 = -JL_4 + JL_3$ (V)

IV در جایگذاری M در $L_3\frac{dJL_3}{dt} + L_4\frac{d}{dt}(JL_3 - JL_4) = V_{C4} \Rightarrow \frac{3}{2}\frac{dJL_3}{dt} - \frac{dJL_4}{dt} = V_{C4}$ (P) بعضی

$\frac{kvl}{L_4 \text{ حلقه}}: VL_4 + VR_5 - VL_5 = 0$ طبق: $JR_5 = JL_4$

$L_4\frac{dJL_4}{dt} + R_5 JR_5 - L_5\frac{dJL_5}{dt} = 0$

$\frac{3}{2}\frac{dJL_4}{dt} + JL_4 - \frac{d}{dt}(JL_3 - JL_4) = 0 \Rightarrow \frac{5}{2}\frac{dJL_4}{dt} - \frac{dJL_3}{dt} = -JL_4$ 9 بعضی

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$P:\ \frac{3}{2}\frac{dJL_3}{dt}-\frac{dJL_4}{dt}=V_{C_2} \qquad q:\ \frac{3}{2}\frac{dJL_4}{dt}-\frac{dJL_3}{dt}=-JL_4$$

دو معادله دو مجهول ← پس از حل

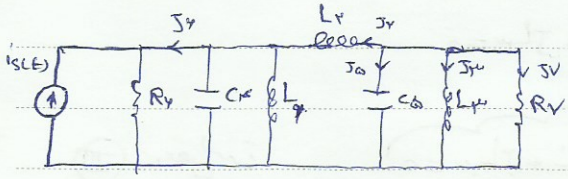
$$\frac{dJL_3}{dt}=1.2V_{C_2}-0.1JL_4 \quad \text{کامل شد } ② \qquad \frac{dJL_4}{dt}=0.1V_{C_2}-1.2JL_4 \quad \text{کامل شد } ①$$

حال با داشتن چهار معادله‌ی d ،c ،b ،a معادلات به دست می‌آید

$$\begin{cases} a \\ b \\ c \\ d \end{cases} \Rightarrow X'=AX+bw$$

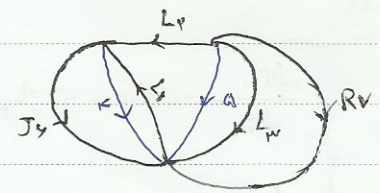
$$\Rightarrow \underbrace{\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} V_{C_1} \\ \dot{V}_{C_2} \\ JL_3 \\ JL_4 \end{bmatrix}}_{X'} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & -0.4 & 0 \\ -0.4 & 0 & -0.6 & 0.4 \\ 0 & 1.2 & 0 & -0.1 \\ 0 & 0.1 & 0 & -1.2 \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} V_{C_1} \\ V_{C_2} \\ JL_3 \\ JL_4 \end{bmatrix}}_{X} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{b} \underbrace{V_S(t)}_{w}$$

دوشنبه‌ی دیر ✓ همونی که برداره حالت را با کانون و شار سلف در نظر گرفتیم و معادلات حالت نیکه را به دست آمدید



$L_1=1H \quad L_2=2H \quad L_3=5H$

$C_4=1F \quad C_5=3F \quad R_4=2\Omega \quad i_S(t)=5\cos(t)$



خازن $J_C=\frac{dq}{dt} \quad q=C.V$

سلف $V_L=\frac{d\varphi_L}{dt} \quad \varphi_L=L_J J_L$

$\underset{\text{گره‌ی } C_4}{KCL}: J_{C_4}+JL_1-JL_2+J_4=0 \Rightarrow \frac{d\varphi_4}{dt}=\frac{-\varphi_1}{L_1}+\frac{\varphi_2}{L_2}-J_4$ معادله (I)

$KVL: V_4=V_{C_4} \qquad J_4=\frac{V_4}{R_4}-i_S(t) \qquad J_4=\frac{\frac{q_4}{C_4}}{R_4}-i_S(t)=\frac{q_4}{C_4R_4}-i_S(t)$ (K)

i_S و R_4 موازی

(I) و k جایگذاری $\frac{d\varphi_4}{dt}=\frac{-\varphi_1}{1}+\frac{\varphi_2}{2}-\frac{q_4}{2\times1}+i_S \Rightarrow \frac{d\varphi_4}{dt}=-\varphi_1+\frac{\varphi_2}{2}-\frac{q_4}{2\times1}+5\cos t$ کامل (A)

C_5 گره‌ی $KCL: J_{C_5}+JL_4+JL_3+JR_7=0 \qquad V_5=\frac{q_5}{C_5} \qquad V_5=V_7$

$\frac{dq_5}{dt}=\frac{-q_2}{2}-\frac{\varphi_2}{5}-\frac{q_5}{3V_2}$ کامل (B)

P4PCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

L_1 حلقه‌ی KVL : $V_{L_1} = V_{E_1}$ $\quad \frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{q_4}{C_4} = q_4$ مدل C کار

L_2 حلقه‌ی KVL : $V_{L_2} + V_{C_4} - V_{C_5} = 0 \longrightarrow \frac{d\varphi_2}{dt} = \frac{-q_4}{1} + \frac{q_5}{3}$ مدل D کار

L_3 حلقه‌ی KVL : $V_{L_3} - V_{C_5} = 0 \longrightarrow \frac{d\varphi_3}{dt} = \frac{q_5}{C_5}$ $\quad \frac{d\varphi_3}{dt} = \frac{q_5}{3}$ مدل E کار

$$X' = AX + bw$$

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} q_4 \\ q_5 \\ \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & -1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{9} & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{5} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_4 \\ q_5 \\ \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times 5\cos t$$

X' $\quad A$ $\quad X$ $\quad b$ $\quad w$

* تبدیل لاپلاس و کاربرد آن در حل مسائل *

یادآوری روابط مورد نیاز

تابع $f(t)$

$$F(s) = \int_{0^-}^{\infty} f(t) e^{-st} dt$$ تبدیل لاپلاس تابع $f(t)$

① $L(f(t)) = F(s)$ $\quad L^{-1}(F(s)) = f(t)$

② $L(c_1 f_1(t) + c_2 f_2(t)) = c_1 F_1(s) + c_2 F_2(s)$

③ $L(u(t)) = \frac{1}{s}$ ④ $L(\delta(t)) = 1$ (ضربه) ⑤ $L(e^{-\alpha t}) = \frac{1}{s+\alpha}$ ⑥ $L(e^{\alpha t}) = \frac{1}{s-\alpha}$

⑦ $L(\sin\beta t) = \frac{\beta}{s^2+\beta^2}$ ⑧ $L(e^{\mp \alpha t} f(t)) = F(s \pm \alpha)$ ⑨ $L(\cos\beta t) = \frac{s}{s^2+\beta^2}$

⑩ $L(e^{-\alpha t}\sin\beta t) = \frac{\beta}{(s+\alpha)^2+\beta^2}$ $\quad L(e^{-\alpha t}\cos\beta t) = \frac{s+\alpha}{(s+\alpha)^2+\beta^2}$

⑪ $\lim_{t\to 0} f(t) = \lim_{s\to\infty} sF(s)$ ⑫ $\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0} sF(s)$

P4PCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

(۱۳) $L\left(\frac{df}{dt}\right) = L(DF) = SF(s) - f(0^-)$

۱۴ $L\left(\frac{d^2f}{dt^2}\right) = L(D^2F) = S^2F(s) - Sf(0^-) - f'(0^-)$

۱۵ $L\left(\frac{d^nf}{dt^n}\right) = L(D^nF) = S^nF(s) - S^{n-1}f(0^-) - S^{n-2}f^{(1)}(0^-) - \dots - f^{n-1}(0^-)$

۱۶ $L\left(\int_0^t f(t)dt\right) = L\left(\frac{1}{D}f(t)\right) = \frac{1}{S}F(s)$

۱۷ $L(t^n) = \frac{n!}{s^{n+1}}$

چگونه به صورت کسری های جزئی

$F(s) = \frac{P(s)}{Q(s)}$

① ریشه های $Q(s)$ ساده باشند (مکرر و مختلط نباشند)

② ~ ~ $Q(s)$ مکرر باشند

③ ~ ~ ~ مختلط باشند

حالت ۱

$F(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{(s+1)(s+3)}{s(s+2)(s+5)}$ ریشه های مخرج $\begin{cases} s=0 \\ s=-2 \\ s=-5 \end{cases}$ $F(s) = \frac{k_1}{s} + \frac{k_2}{s+2} + \frac{k_3}{s+5}$

$k_1 = sF(s)\Big|_{s=0} = \frac{(s+1)(s+3)}{(s+2)(s+5)}\Big|_{s=0} = \frac{3}{10}$

$k_2 = (s+2)F(s)\Big|_{s=-2} = \frac{(s+1)(s+3)}{(s)(s+5)}\Big|_{s=-2} = \frac{(-1)(1)}{(-2)(3)} = \frac{1}{6}$

$k_3 = (s+5)F(s)\Big|_{s=-5} = \frac{(s+1)(s+3)}{s(s+2)}\Big|_{s=-5} = \frac{(-4)(-2)}{(-3)(-5)} = \frac{8}{15}$

$f(t) = L^{-1}F(s) \Rightarrow F(s) = \frac{0.3}{s} + \frac{1/6}{s+2} + \frac{8/15}{s+5}$ $f(t) = L_1^{-1}(F(s)) = 0.3 + \frac{1}{6}e^{-2t} + \frac{8}{15}e^{-5t}$

حالت ۲

$F(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{1}{s^2(s+1)^2(s+2)}$ ریشه های مخرج $\begin{cases} s=0 \text{ دو تا} \\ s=-1 \text{ دو تا} \\ s=-2 \end{cases}$ معادل / مضاعف

$F(s) = \frac{A}{s^2} + \frac{B}{s} + \frac{C}{(s+1)^2} + \frac{E}{(s+1)} + \frac{K}{s+2}$ $A = s^2F(s)\Big|_{s=0} \frac{1}{(s+1)^2(s+2)}\Big|_{s=0} = \frac{1}{2}$

۸ امتحان ۲

Subject :

Year . Month . Date . ( )

$$B=\frac{d}{ds}\left(s^2F(s)\right)\Big|_{s=0}=\frac{d}{ds}\left(\frac{1}{(s+1)^2(s+2)}\right)\Big|_{s=0}=-\frac{3}{4}$$

$$C=(s+1)^2F(s)\Big|_{s=-1}=\frac{1}{s^2(s+2)}\Big|_{s=-1}=1$$

$$e=\frac{d}{ds}\left((s+1)^2F(s)\right)\Big|_{s=-1}=\frac{d}{ds}\left(\frac{1}{s^2(s+2)}\right)\Big|_{s=-1}=1$$

$$k=(s+2)F(s)\Big|_{s=-2}=\frac{1}{s^2(s+1)^2}\Big|_{s=-2}=\frac{1}{(-2)^2(-1)^2}=\frac{1}{4}$$

$$F(s)=\frac{1/2}{s^2}+\frac{-\frac{3}{4}}{s}+\frac{1}{(s+1)^2}+\frac{1}{s-1}+\frac{1/4}{s+2}$$

$$f(t)=L^{-1}(F(s))=\frac{1}{2}t-\frac{3}{4}+te^{-t}+e^{-t}+\frac{1}{4}e^{-2t}$$

حالت ۳

$$F(s)=\frac{P(s)}{Q(s)}=\frac{\text{چند جمله‌ای برحسب } s}{[s-(\alpha+j\beta)][s-(\alpha-j\beta)]\cdots}$$

$$F(s)=\frac{k}{s-(\alpha+j\beta)}+\frac{k^-}{s-(\alpha-j\beta)}+\cdots$$

$$f(t)=ke^{(\alpha+j\beta)t}+k^-e^{(\alpha-j\beta)t}$$

$$k=\left[s-(\alpha+j\beta)\right]F(s)\Big|_{s=\alpha+j\beta}=\cdots=|k|e^{j\phi k}$$

$$\Rightarrow f(t)=|k|e^{j\phi k}\cdot e^{(\alpha+j\beta)t}+|k|e^{-j\phi k}\cdot e^{(\alpha-j\beta)t}$$

$$=|k|e^{\alpha t}\left[e^{j(\beta t+\phi k)}+e^{-j(\beta t+\phi k)}\right]=2|k|e^{\alpha t}\cos(\beta t+k)$$

P4PCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

* خطی *

$$L^{-1}\left[\frac{k}{s-(\alpha+j\beta)}+\frac{k^*}{s-(\alpha-j\beta)}\right]=2|k|e^{\alpha t}\cos(\beta t+\angle k)$$

$$k=\left[s-(\alpha+j\beta)\right]F(s) \qquad s=\alpha+j\beta$$

$$e^{jx}+e^{-jx}=2\cos x$$

تمرین ✓ سیگنال ابتدایی

$$V_x(s)=\frac{2s-4}{s^2+4s+4}$$

هم‌ارز آن در حوزه زمان $V_x(t)=4e^{-t}\cos(\sqrt{3}t+\gamma_0)$ (کوهلی)

✓ کنکور: اگر داده نشده باشد، آن را محاسبه کنید $\frac{dv}{dt}(0^+)$ آنگاه $V(s)=\frac{-36s^2-24s+2}{12s^3+12s^2+4s}$

$$y(t)=\frac{dv}{dt}(t) \Rightarrow Y(s)=sV(s)-V(0^-)$$

مشتق‌گیری در حوزه زمان $y(0^+)$

قضیه: $f(t)\underset{t\to 0}{=}sF(s)\underset{s\to\infty}{}$ ابتدا $V(0^-)=?$ $f(t)\underset{t\to\infty}{=}sF(s)\underset{s\to 0}{}$

$$\longrightarrow V(0^-)\underset{t\to 0}{=}s\left(\frac{-36s^2-24s+2}{12s^3+12s^2+4s}\right)\underset{s\to\infty}{=}-3 \qquad V(0^-)=-3$$

$$sy(t)\underset{t\to 0}{=}s\,sV(s) \Rightarrow y(0^+)\underset{s\to\infty}{=}s\left[\frac{-36s^2-24s+2}{12s^3+12s^2+4s}+3\right]=s\left[\frac{24s^2+20s}{12s^3+12s^2+4s}\right]\underset{s\to\infty}{=}\frac{24s^2+20s^2}{12s^3+12s^2+4s}$$

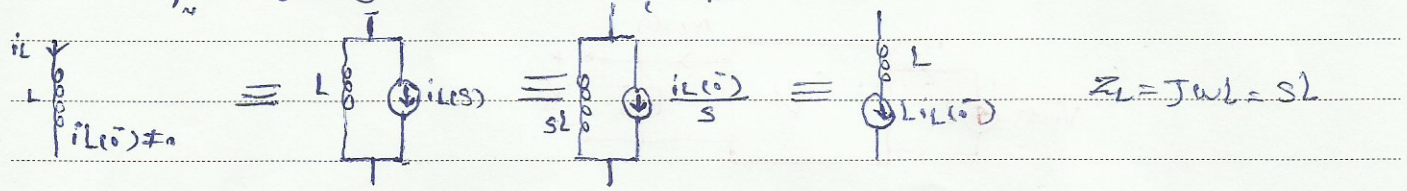
$$\Rightarrow y(0^+)=\frac{24}{12}=\frac{9}{4} \qquad \text{حل دیگر} \quad y(0^+)=\frac{dv}{dt}(0^+)=\frac{9}{4}$$

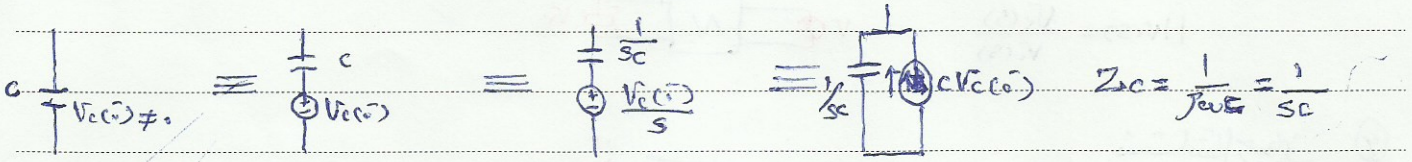
P4PCO

Subject:
Year. ۹۳ Month. ۱ Date. ۳۱ ( )

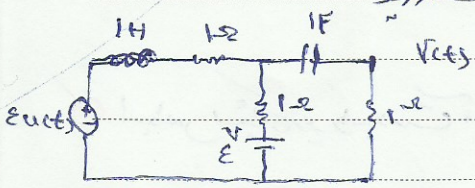
نکته: هنگام بردن مدار به حوزه‌ی تبدیل لاپلاس حیاتی سلف‌ها و خازن‌ها شرایط اولیه داشته باشند به صورت زیر عمل می‌کنند حتی

ابتدا به‌های سلف و خازن با سلف و خازن معادل را مقدار گذاری کرده سپس آن را به حوزه‌ی تبدیل لاپلاس می‌بریم

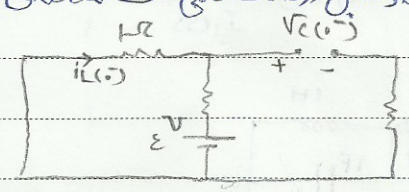




② در $t<0$ مدار متعادل در حالت دائمی است معادله‌ی تغییرات $V(t)$ را در $t>0$ به دست آورید

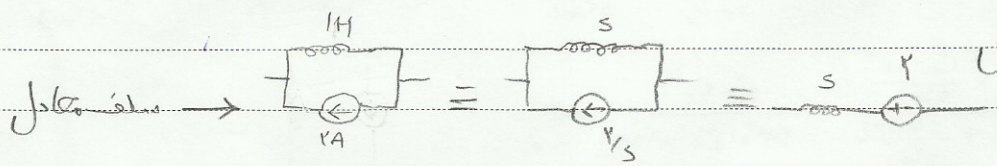


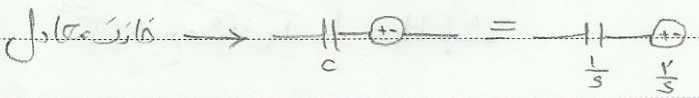
مدار در حالت دائمی پیش از $t<0$

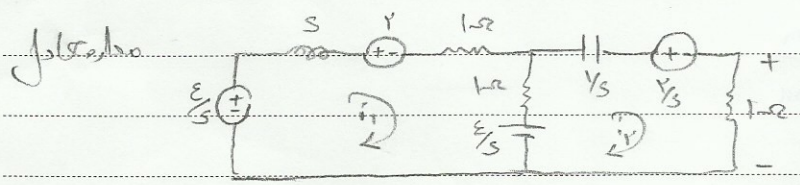


راه حل ① از طریق معادلات دیفرانسیل به عهده دانشجو

راه حل ② از طریق لاپلاس







$$\Rightarrow \begin{bmatrix} s+2 & -1 \\ -1 & \frac{1}{s}+2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2/s \end{bmatrix}$$

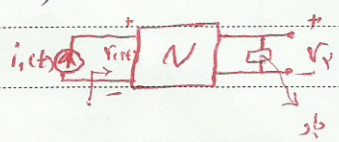
$$\Rightarrow i_2 = \frac{2}{(s+1)^2}$$

$$i_2(t) = 2t e^{-t} = V_1(t)$$

تابع شبکه:

① امپدانس ورودی $H(s) = Z(s) = \frac{V_1(s)}{I_1(s)}$

② امپدانس انتقال $H(s) = Z(s) = \frac{V_2(s)}{I_1(s)}$



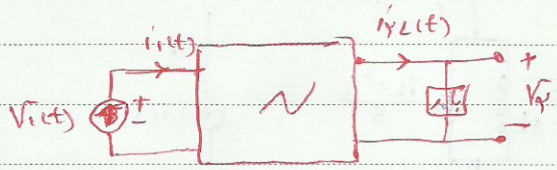
Subject:
Year. Month. Date. ( )

③ ادمیتانس نقطه‌ی محرک (ورودی)

$$H(s) = Y(s) = \frac{I_1(s)}{V_1(s)}$$

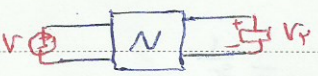
④ ادمیتانس انتقال

$$H(s) = Y(s) = \frac{I_2(s)}{V_1(s)}$$



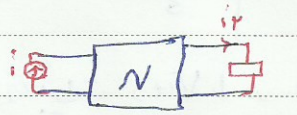
⑤ نسبت انتقال ولتاژ

$$H_V(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)}$$

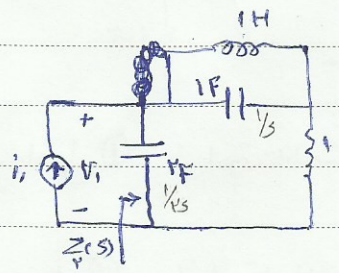


⑥ نسبت انتقال جریان

$$H_I(s) = \frac{I_2(s)}{I_1(s)}$$



✓ امپدانس شبکه‌ی زیر را به دست آورید



$$Z(s) = \frac{1}{2s} \,//\, \left[1 + (s \,//\, \frac{1}{s})\right]$$

$$s \,//\, \frac{1}{s} \Rightarrow \frac{s \times 1/s}{s + 1/s} = \frac{s}{s^2+1}$$

$$1 + \left[(s \,//\, \frac{1}{s})\right] = \frac{s^2+s+1}{s^2+1}$$

$$\frac{V_1(s)}{i_1(s)} = Z(s) = \frac{\frac{1}{2s} \times \frac{s^2+s+1}{s^2+1}}{\frac{1}{2s} + \frac{s^2+s+1}{s^2+1}} = \frac{s^2+s+1}{2s^3+3s^2+2s+1}$$

اگر تابع شبکه‌ی یک مدار $H(s)$ باشد

$$H(s) = \frac{a_0 s^m + a_1 s^{m-1} + \cdots + (a_m - 1)s + a_m}{b_0 s^n + b_1 s^{n-1} + \cdots + (b_n - 1)s + b_n}$$

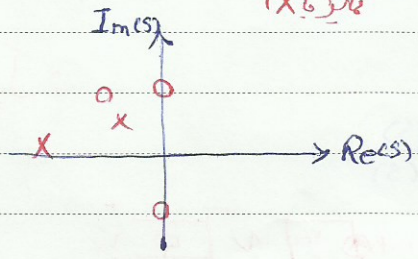
$$H(s) = \frac{a_0}{b_0} \times \frac{\prod_{i=1}^{m} (s - q_i)}{\prod_{j=1}^{m} (s - P_j)}$$

صفر ضریب جمله‌ی تابع

ریشه‌های صورت تابع = صفرهای تابع شبکه (مدار باز یا O)

ریشه‌های مخرج تابع = قطب‌های تابع شبکه (مدار باز یا X)

رفتار مدار توسط این صفر و قطب‌ها تعیین می‌گردد



P4PCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

پاسخ فرکانسی

$H(j\omega)$ ← یک تابع می‌شود که یک اسکالر و زاویه دارد

فرض $\angle H(j\omega) = \alpha$

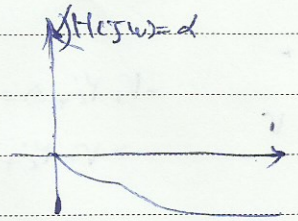
$H(j\omega) = |H(j\omega)| \angle \alpha$

$|H(j\omega)|$ ← بزرگی ، α ← زاویه

$H(j\omega) \triangleq \frac{V(j\omega)}{\angle V_i(j\omega)}$ در واقع $H(j\omega) = \frac{V(j\omega)\angle V(j\omega)}{V_i(j\omega)\angle V_i(j\omega)} = \frac{V(j\omega)}{V_i(j\omega)} \angle V(j\omega) - \angle V_i(j\omega)$



مقدارهای مختلف
با توجه به نوع تابع
بدست می‌آیند



پاسخ فرکانسی یک مدار: به اطلاعات روی هم عدد و به اندازه و فاز دل تابع شبکه گویند.

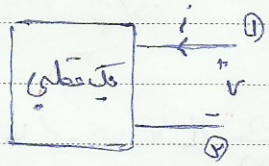
کاربرد عملی از بحث تابع شبکه: عمدتاً از مباحث مربوط با تابع شبکه درستی به نام پاسخ فرکانسی استفاده می‌شود (FRA)

در واقع در این تست ابتدا تابع شبکه‌ی تجهیز مورد تست (به عنوان مثال ترانس قدرت) را بدست می‌آورد. نتایج این تست به عنوان سندی در شناسنامه‌ی تجهیز ثبت می‌شود. و همراه با تجهیز باقی می‌ماند، از طرفی ممکن است این تجهیز در حمل و نقل و ... دچار سانحه‌ای شود و برای سال‌های زیادی کار کند، اگر تجهیز مشکل پیدا کند چنانچه تست FRA بر روی تجهیز تکرار گردد باید نتایج با تست قبلی که در کارخانه انجام شده است یکی باشد، چنانچه مغایرتی با تست قبلی مشاهده شود یعنی تجهیز مشکل دارد که خود این شناسایی عیب کار تحقیقاتی بالایی را می‌طلبد، این تست نسبتاً جدید بوده و هنوز تحقیقات بر روی آن ادامه دارد.

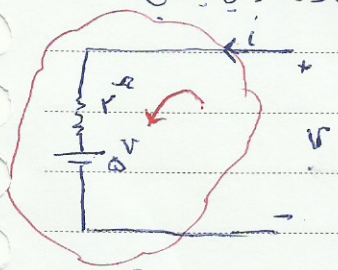
چنانچه تجهیزی به عنوان مثال حداقل سال قبل تولید شده باشد و این تست بر روی آن انجام شده باشد با تجهیز مشابه خود مقایسه شود چنانچه تجهیز مشابه پیدا نشود با فازهای همان تجهیز مقایسه صورت می‌گیرد.

Subject :
Year . Month . Date . ( )

<< فصل جدید >> دوقطبی ها



رابطه‌ی بین جریان و ولتاژ این یک قطبی

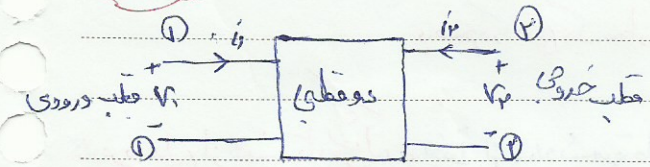


$-V + 2i + 5 = 0$

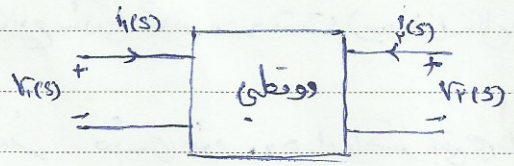
$\rightarrow V = 2i + 5$

* عناصر دوقطبی مانند
  1. ترانسفورماتور
  2. سلف های کوپل شده
  3. ترانزیستور (یک سر دهنه ورودی و خروجی مشترک است)

* دوقطبی های مورد بحث
  1. خطی و تغییرناپذیر با زمان هستند
  2. بدون منابع مستقل هستند
  3. در حالت صفر هستند



روش های مشخص کردن دوقطبی ها

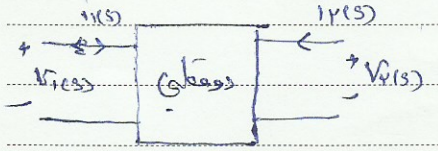


1. با استفاده از پارامترهای ماتریس امپدانس مدار باز $[Z]$
2. ~ ~ ~ ادمیتانس مدار اتصال کوتاه $[Y]$
3. هایبرید $[H]$
4. هایبرید $[G]$
5. انتقال $[T]$
6. انتقال $[T']$

P4PCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

① مشخص کردن دوقطبی با ماتریس امپدانس مدار باز $[Z]$



$$Z = \frac{V}{i} \rightarrow V = Z \cdot i$$

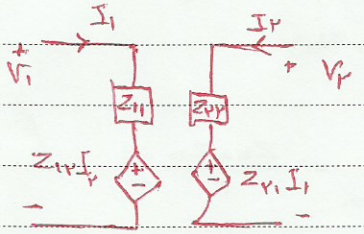
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} V_1(s) = Z_{11} i_1(s) + Z_{12} i_2(s) \\ V_2(s) = Z_{21} i_1(s) + Z_{22} i_2(s) \end{cases}$$

متغیرهای وابسته — متغیرهای مستقل

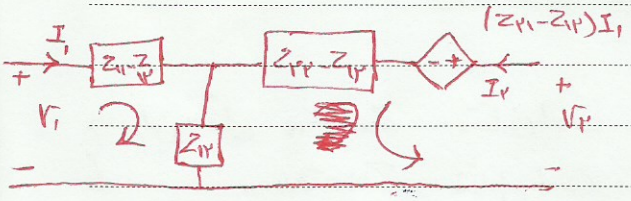
$$\begin{cases} Z_{11}(s) = \left.\frac{V_1(s)}{i_1(s)}\right|_{i_2(s)=0} \\ Z_{12}(s) = \left.\frac{V_1(s)}{i_2(s)}\right|_{i_1(s)=0} \end{cases} \qquad \begin{cases} Z_{21}(s) = \left.\frac{V_2(s)}{i_1(s)}\right|_{i_2(s)=0} \\ Z_{22}(s) = \left.\frac{V_2(s)}{i_2(s)}\right|_{i_1(s)=0} \end{cases}$$

چنانچه پارامترهای ماتریس Z به طور محاسباتی یا از طریق آزمایش معلوم باشند مدار معادل دوقطبی می‌تواند به صورت زیر باشد

الف) مدار معادل با دو منبع وابسته



ب) مدار معادل با یک منبع وابسته یا مدار معادل T



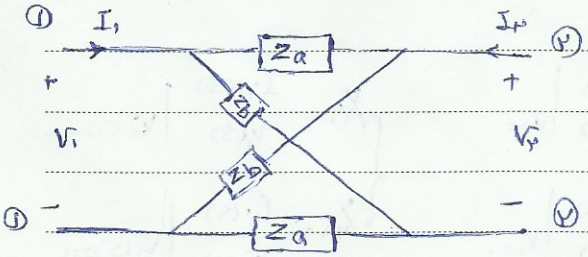
$$KVL①: V_1 = (Z_{11} - Z_{12})I_2 + Z_{12}(I_1 + I_2) = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2$$

$$KVL②: V_2 = (Z_{21} - Z_{12})I_1 + (Z_{22} - Z_{12})I_2 + Z_{12}(I_1 + I_2) \Rightarrow V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2$$

نکته ① اگر $Z_{21} = Z_{12}$ دوقطبی را متقابل گویند

نکته ② اگر $Z_{11} = Z_{22}$ دوقطبی را متقارن گویند

② دوقطبی نشان زیر ماتریس امپدانس مدار باز Z را به دست آورید

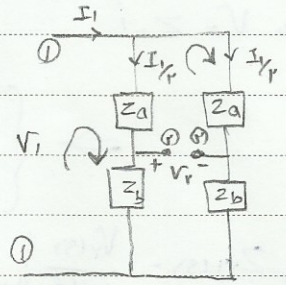


Subject:
Year. Month. Date. ( )

حل $\begin{cases} V = Z \cdot i \end{cases}$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} V_1 = Z_{11} i_1 + Z_{12} i_2 \\ V_2 = Z_{21} i_1 + Z_{22} i_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Z_{11} = \left.\frac{V_1}{i_1}\right|_{i_2=0} \\ Z_{21} = \left.\frac{V_2}{i_1}\right|_{i_2=0} \end{cases}$$



KVL ①: $-V_1 + Z_a \frac{I_1}{2} + Z_b \frac{I_1}{2} = 0$

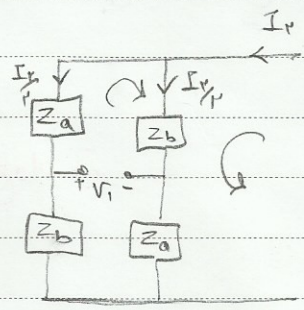
$Z_{11} = ?$ $\quad V_1 = \frac{I_1}{2}(Z_a + Z_b)$

$$Z_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0} = \frac{Z_a + Z_b}{2} \quad *$$

KVL ②: $-V_2 - Z_a \frac{I_1}{2} + Z_b \frac{I_1}{2} = 0 \rightarrow V_2 = \frac{I_1}{2}(Z_a + Z_b)$

$$Z_{21} = \left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0} = \frac{Z_b - Z_a}{2} \quad *$$

$$\begin{cases} Z_{22} = \left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0} \\ Z_{12} = \left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{I_1=0} \end{cases}$$



KVL ①: $-V_2 + Z_b \frac{I_2}{2} + Z_a \frac{I_2}{2} = 0$

$\rightarrow V_2 = \frac{I_2}{2}(Z_a + Z_b)$

$$Z_{22} = \left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0} = \frac{Z_a + Z_b}{2}$$

KVL ②: $-V_1 - Z_a \frac{I_2}{2} + Z_b \frac{I_2}{2} = 0$

$\rightarrow V_1 = \frac{I_2}{2}(Z_b - Z_a) \rightarrow Z_{12} = \left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{I_1=0} = \frac{Z_b - Z_a}{2}$

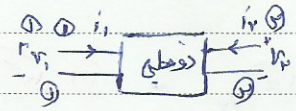
$$Z = \begin{bmatrix} \frac{Z_a + Z_b}{2} & \frac{Z_b - Z_a}{2} \\ \frac{Z_b - Z_a}{2} & \frac{Z_a + Z_b}{2} \end{bmatrix}$$

در این دوقطبی $Z_{11} = Z_{22}$ متقارن است

$Z_{12} = Z_{21}$ متقابل است

اگر $\begin{cases} Z_a = 2 \\ Z_b = 4 \end{cases}$ $\quad Z = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

مشخص نمودن دوقطبی با استفاده از ماتریس امپدانس مدار اتصال کوتاه [Y]



$I = Y \cdot V$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

متغیر وابسته — متغیر مستقل

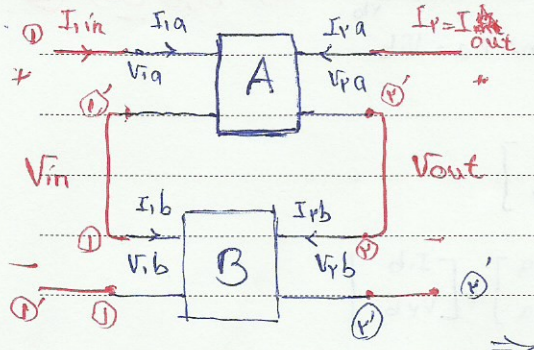
$$\begin{cases} I_1(s) = Y_{11}(s) V_1(s) + Y_{12}(s) V_2(s) \\ I_2(s) = Y_{21}(s) V_1(s) + Y_{22}(s) V_2(s) \end{cases}$$

$$\begin{cases} Y_{11}(s) = \left.\frac{I_1(s)}{V_1(s)}\right|_{V_2=0} \\ Y_{12}(s) = \left.\frac{I_1(s)}{V_2(s)}\right|_{V_1=0} \end{cases} \qquad \begin{cases} Y_{22} = \left.\frac{I_2(s)}{V_2(s)}\right|_{V_1(s)=0} \\ Y_{21} = \left.\frac{I_2(s)}{V_2(s)}\right|_{V_1(s)=0} \end{cases}$$

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

۲) ترکیب سری ـ سری



$$\begin{bmatrix} V_{in} \\ V_{out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{1a}+V_{1b} \\ V_{2a}+V_{2b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{1a} \\ V_{2a} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_{1b} \\ V_{2b} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} I_{in} = I_{1a} = I_{1b} \\ I_{out} = I_{2a} = I_{2b} \end{cases} \qquad = [Z_A]\begin{bmatrix} I_{1a} \\ I_{2a} \end{bmatrix} + [Z_B]\begin{bmatrix} I_{2a} \\ I_{2b} \end{bmatrix}$$

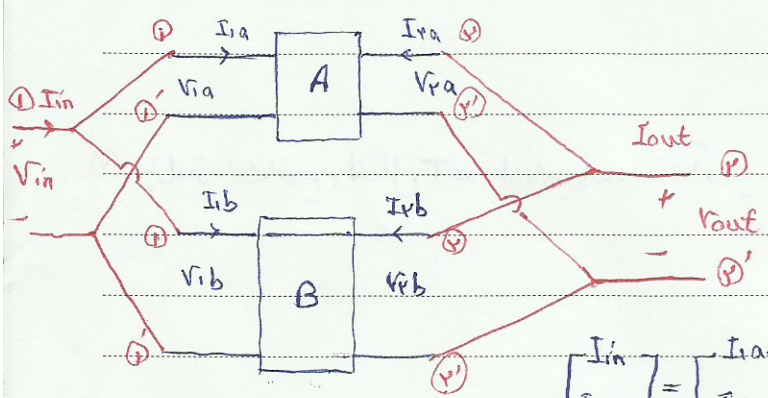
I_{in} (I_{1a}) — I_{out} (I_{2a}) — I_{in} (I_{2a}) — I_{out} (I_{2b})

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} V_{in} \\ V_{out} \end{bmatrix} = [Z_A + Z_B]\begin{bmatrix} I_{in} \\ I_{out} \end{bmatrix}$$

$$Z_{Total} = Z_A + Z_B + \cdots$$ ترکیب سری ـ سری

دوسادکوسی Z داشتیم $\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = [Z]\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$

۳) ترکیب موازی موازی



$$\begin{cases} I_{out} = I_{2a} + I_{2b} \\ I_{in} = I_{1a} + I_{1b} \end{cases} \qquad \begin{cases} V_{out} = V_{2a} = V_{2b} \\ V_{in} = V_{1a} = V_{1b} \end{cases}$$

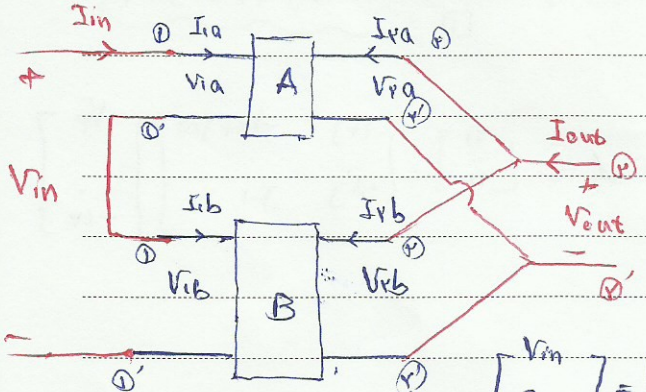
$$\begin{bmatrix} I_{in} \\ I_{out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{1a}+I_{1b} \\ I_{2a}+I_{2b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{1a} \\ I_{2a} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{1b} \\ I_{2b} \end{bmatrix}$$

داشتیم $\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [Y]\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} I_{in} \\ I_{out} \end{bmatrix} = [Y_A]\begin{bmatrix} V_{1a} \\ V_{2a} \end{bmatrix} + [Y_B]\begin{bmatrix} V_{1b} \\ V_{2b} \end{bmatrix}$

(V_{in} روی V_{1a} و V_{1b}، V_{out} روی V_{2a} و V_{2b})

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} I_{in} \\ I_{out} \end{bmatrix} = [Y_A + Y_B]\begin{bmatrix} V_{in} \\ V_{out} \end{bmatrix} \Rightarrow Y_{Total} = Y_A + Y_B$$ ترکیب موازی موازی

۴) ترکیب سری موازی



$$\begin{bmatrix} V_{in} \\ I_{out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{1a}+V_{1b} \\ I_{1a}+I_{2b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{1a} \\ I_{1a} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_{1b} \\ I_{2b} \end{bmatrix}$$

داشتیم $\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [H]\begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} V_{in} \\ I_{out} \end{bmatrix} = [H_A]\begin{bmatrix} I_{1a} \\ V_{2a} \end{bmatrix} + [H_B]\begin{bmatrix} I_{1b} \\ V_{2b} \end{bmatrix}$$

(I_{in} روی I_{1a} و I_{1b}، V_{out} روی V_{2a} و V_{2b})

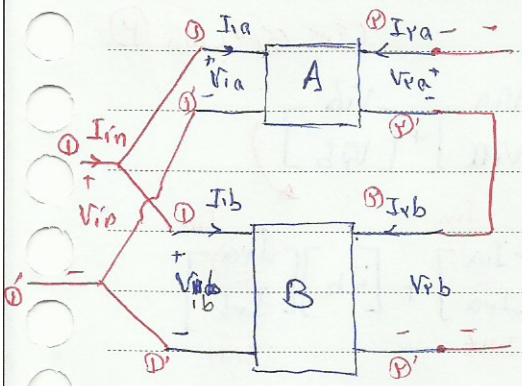
$$\begin{cases} I_{in} = I_{1a} = I_{1b} \\ V_{in} = V_{1a} + V_{1b} \end{cases} \qquad \begin{cases} I_{out} = I_{2a} + I_{2b} \\ V_{out} = V_{2a} = V_{2b} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} V_{in} \\ I_{out} \end{bmatrix} = [H_A + H_B]\begin{bmatrix} I_{in} \\ V_{out} \end{bmatrix} \Rightarrow H_{total} = H_A + H_B + \cdots$$

P4PCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

④ ترکیب موازی سری



$$\begin{cases} V_{out} = V_{1a} + V_{1b} \\ I_{in} = I_{1a} + I_{1b} \end{cases} \qquad \begin{cases} I_{out} = I_{1a} = I_{2b} \\ V_{in} = V_{1a} = V_{1b} \end{cases}$$

$$\text{داریم } \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = [G] \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

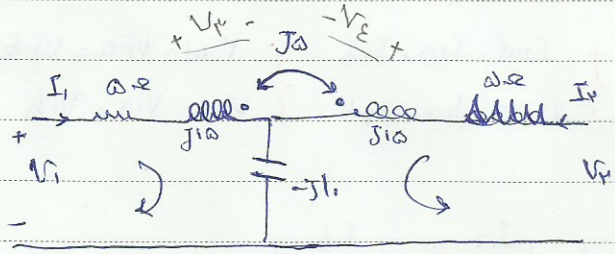
$$\begin{bmatrix} V_{in} \\ V_{out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{1a} + I_{1b} \\ V_{2a} + V_{2b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{1a} \\ V_{2a} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{1b} \\ V_{2b} \end{bmatrix}$$

$$= [G_A] \begin{bmatrix} V_{1a} \\ I_{2a} \end{bmatrix} + [G_B] \begin{bmatrix} V_{1b} \\ I_{2b} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} I_{in} \\ V_{out} \end{bmatrix} = [G_A + G_B] \begin{bmatrix} V_{in} \\ I_{out} \end{bmatrix}$$

(V_{in} مشترک، I_{out} مشترک)

$$G_{total} = G_A + G_B + \cdots$$

⑤ پارامترهای امپدانس انتقال T دوقطبی زیر را به دست آورید



$$\text{معادلات امپدانسی} \quad \begin{bmatrix} V_2 \\ V_\varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J1_0 & J\omega \\ J\omega & J1_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$V_2 = J1_0 I_1 + J\omega I_2$$

$$V_\varepsilon = J\omega I_1 + J1_0 I_2$$

$$KVL: \quad V_1 = \omega i_1 + V_2 - J1_0(i_1 + i_2)$$

$$KVL: \quad V_2 = \omega i_2 + V_\varepsilon - J1_0(i_1 + i_2)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_1 = (\omega + J\omega)\dot{i}_1 - J\omega \dot{i}_2 \quad ① \\ V_2 = -\omega J \dot{i}_1 + (\omega + J\omega)\dot{i}_2 \quad ② \end{cases}$$

$$\Rightarrow J\omega \dot{i}_1 = -V_2 + (\omega + J\omega)\dot{i}_2 \xrightarrow[①]{\text{جایگذاری در}} \dot{i}_1 = 0.1J V_2 + (1 - J)\dot{i}_2 \quad A$$

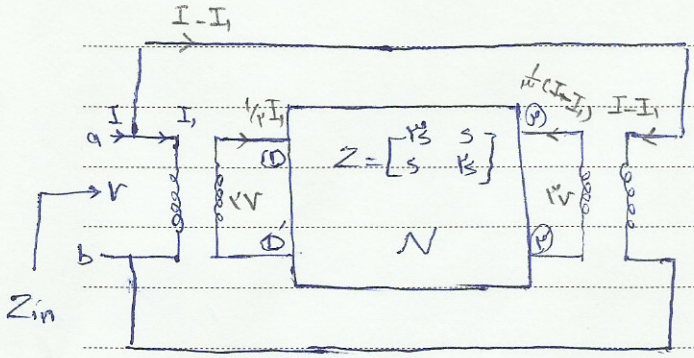
$$\Rightarrow V_1 = (1+J)V_2 + (10 - J\omega)\dot{i}_2 \quad * B$$

$$B \text{ در } A \Rightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+J & -10 + J\omega \\ 0.1J & J-1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -i_2 \end{bmatrix}$$

P4PCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

۷) در مدار شکل زیر با توجه به ماتریس امپدانس داده شده برای دوقطبی N امپدانسی که از سرهای A و B دیده می‌شود را به دست آورید



رابطه‌ی ترانس $\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1}$ *

$$\begin{bmatrix} ۲V \\ ۳V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱۳ & ۵ \\ ۵ & ۱۳ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ½I_1 \\ ½(I-I_1) \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} ۲V = \frac{۱۳}{۲}I_1 + \frac{۵}{۳}(I-I_1) = \frac{۷۵}{۶}I_1 + \frac{۵}{۳}I_2 \\ ۳V = \frac{۵}{۲}I_1 + \frac{۱۳}{۳}(I-I_1) = \frac{-۱}{۶}۵I_1 + \frac{۱۳}{۳}I \end{cases}$$

$Z_{in} = ۴$ $\Rightarrow$ $۲۳V = \frac{۱۵}{۳}۵ = ۵۵I \Rightarrow Z_{in} = \frac{V}{I} = \frac{۵۵}{۲۳}$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

قضایای شبکه

۱- قضیه‌ی جانشینی ۲- قضیه‌ی جمع آثار ۳- قضیه‌ی تونن نورتن ۴- قضیه‌ی هم‌ارزی

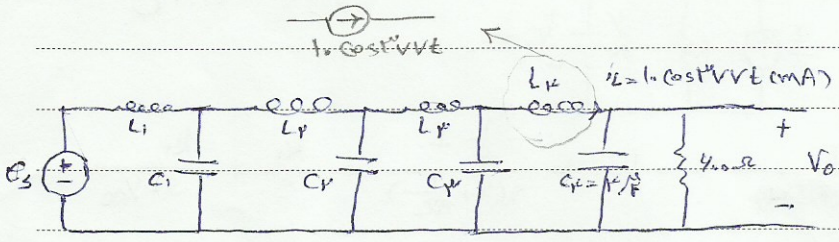
کاربرد تمام این قضایا در شبکه‌های غیرسوده (شبکه غیرسوده: شبکه‌ای که در میان مانده‌های جریان‌های آن مخالف با صفر است)

۱- قضیه‌ی جانشینی

کاربرد این قضیه در شبکه‌ی غیرسوده خطی و غیرخطی ست، هم‌چنین شبکه‌ی تواند تغییر پذیر با زمان یا تغییر ناپذیر با زمان باشد

صورت قضیه: هرگاه شبکه‌ی N با مشخصات داده شده توسط تعدادی منابع کامل بسته باشد و ولتاژ شاخه‌ای مانند k ($V_{k(t)}$) یا جریان آن شاخه ($J_{k(t)}$) به طریق مخلوط باشد می‌توان به جای شاخه‌ی k منبع ولتاژ با پرایر $V_{k(t)}$ و یا منبع جریان برابر با $J_{k(t)}$ قرار داد، در این صورت جریان و ولتاژ بقیه شاخه‌ها در صورتی که شاخه‌ی k قبلی با سایر عناصر شبکه نداشته باشد تغییری نمی‌کند

✓ در شبکه‌ی زیر که در حالت دائمی سینوسی است



$X_R = \frac{1}{R}$ $X_C = j\omega C$

$$V_o = \frac{I_L}{Y_{total}} = \frac{10\angle 0}{j(377)(4\times10^{-6}) + \frac{1}{4k}} \Rightarrow V_o = 4.35\angle -42 \longrightarrow V_o = 4.35\cos(377t - 42)\ mV$$

۲- قضیه‌ی جمع آثار

کاربرد: در شبکه‌های غیرسوده‌ی خطی کاربرد دارد، شبکه می‌تواند تغییر پذیر یا تغییر ناپذیر با زمان باشد

نکته: به طور کلی قضیه‌ی جمع آثار در مورد دیده‌های خطی صادق است و در مورد مسائل غیرخطی صادق نیست، اما در بعضی از موارد در مسائل غیرخطی به کار برده می‌شود و حکم خطی دارد که در مسائل را به مهای ساده‌تر تبدیل می‌کند. به عنوان مثال در تجزیه و تحلیل

Subject:
Year. Month. Date. ( )

ماشین الکتریکی مثال یک پدیده‌ی غیرخطی است. چنانچه بخواهیم ماشین را در حالت کلی مثل مثال غیرخطی تحلیل کنیم زمان محاسبات طولانی می‌شود، از این رو با تحلیل خطی ماشین سرعت را بالا می‌برند و مقداری خطا به نتایج وارد می‌شود همانطور که داریم

$\varphi = \sqrt{\varphi_d^2 + \varphi_q^2}$ φ_q شار در محور q φ_d: شار در محور d

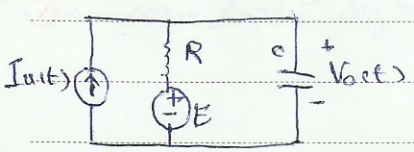
بحث تشبیه در درس تئوری جامع ماشین‌های الکتریکی

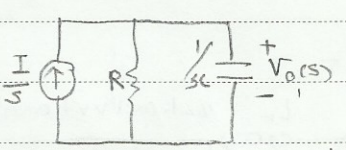
صورت قضیه هرگاه شبکه‌ی N با مشخصات داده شده توسط معادلی منابع مستقل به طور هم‌زمان فعال کردد پاسخ حالت صفر شبکه برابر است با مجموع جبری پاسخ‌های حالت صفر ایجاد شده وقتی که هر یک از منابع به تنهایی به شبکه اعمال شود

نکته: هرگاه در یک شبکه دو منبع با فرکانس متفاوت w_1 و w_2 داشته باشیم مسأله از طریق جمع آثار حل می‌گردد

✓ پاسخ حالت صفر $V_o(t)$ با استفاده از قضیه‌ی جمع آثار به دست آورید (E و I اعداد ثابت)

الف) منبع جریان دو سر باز باشد



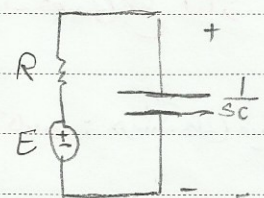


$$V_{o1}(s) = \frac{I}{s} \times \frac{R \times \frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{RI}{S(SRC+1)} \longrightarrow V_{o1}(s) = \frac{\frac{1}{C} I}{S(S + \frac{1}{RC})} = \frac{k_1}{S} + \frac{k_2}{S + 1/RC}$$

$$\begin{cases} k_1 = RI \\ k_2 = -RI \end{cases}$$

$$V_{o1}(s) = \frac{+RI}{S} + \frac{-RI}{S + \frac{1}{RC}} \qquad V_{o1}(t) = RI - RIe^{\frac{-t}{RC}} = RI(1 - e^{\frac{-t}{RC}}) \qquad t > 0$$

ب) منبع ولتاژ در مدار باشد



$$V_{o2}(s) = \frac{E}{R + \frac{1}{sC}} \times \frac{1}{sC} \qquad V_{o2}(s) = \frac{E}{1 + SRC}$$

$$V_{o2}(s) = \frac{\frac{E}{RC}}{S + \frac{1}{RC}} \longrightarrow V_{o2}(t) = \frac{E}{RC} e^{\frac{-t}{RC}}, \quad t > 0$$

$$V_o = V_{o1}(t) + V_{o2}(t) \longrightarrow V_o = RI + \left(\frac{E}{RC} - RI\right) e^{\frac{-t}{RC}} \qquad t > 0$$

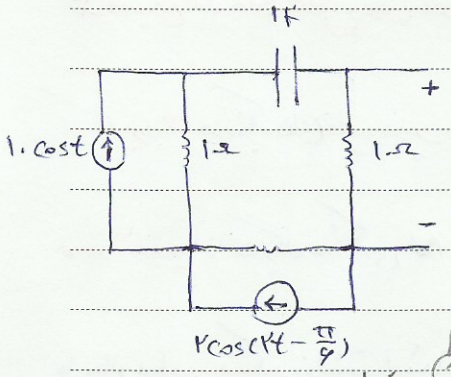
پاسخ حالت دائمی ← پاسخ حالت گذرا

P4PCO

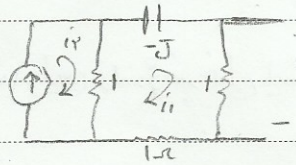
Subject:
Year. Month. Date. ( )

(۷) در مدار شکل مقابل $V_o(t)$ در حالت دائمی را بیابید.

فوریه سری‌ها ← تحلیل مدار



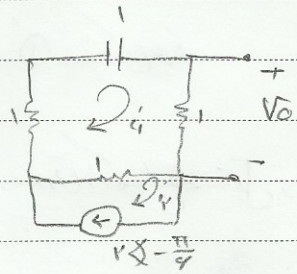
منبع $10\cos t$ در مدار جامند (الف)، $\omega=1$



$$\begin{cases} -Ji_1 + i_1 + i_1 - i_2 + i_1 = 0 \\ i_2 = 10\angle 0° \end{cases} \rightarrow i_1(2-J) = 10\angle 0° \rightarrow i_1 = \frac{10\angle 0°}{2-J}$$

$$\rightarrow V_{o1} = i_1 = \frac{10\angle 0°}{2-J} = \frac{10\angle 0°}{\sqrt{5}e^{-j1.107}} = 4.472\cos(t+1.107)$$

ب) منبع $2\cos(2t-\frac{\pi}{6})$ در مدار جامند، $\omega=2$



$$i_2 = 2\angle -\frac{\pi}{6}$$

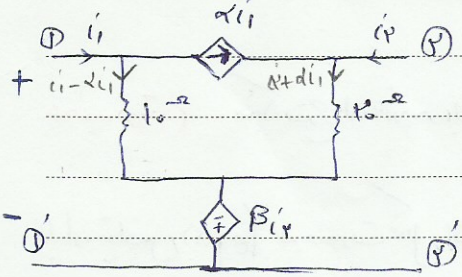
$$i_1 + i_1 - i_2 + i_1 - \frac{J}{2}i_1 = 0$$

$$\rightarrow i_1(2-J/2) = i_2$$

$$\rightarrow i_1 = \frac{2\angle -\frac{\pi}{6}}{2-J/2} = \frac{2\angle -\frac{\pi}{6}}{\sqrt{4+1/4}\angle -0.464} \rightarrow i_1 = V_{o2} = 0.894\cos(2t-0.1403)$$

$$V_o = V_{o1} + V_{o2} = 4.472\cos(t+1.1424) + 0.894\cos(2t-0.1403)$$

(۷) در دوقطبی شکل زیر مقادیر α و β چقدر باشند تا پارامترهای هایبرید H_{12} و H_{21} برابر و مساوی ۲ شوند.



$$\begin{bmatrix} V_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} V_1 = h_{11}i_1 + h_{12}V_2 \\ i_2 = h_{21}i_1 + h_{22}V_2 \end{cases}$$

$$h_{12} = \frac{i_1}{V_2}\Big|_{i_1=0} \qquad \text{KVL:} \quad -V_1 + 10(i_1 - \alpha i_1) - \beta i_2 = 0$$

$$-V_2 + 20(i_2 + \alpha i_1) - \beta i_2 = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} V_1 = (10 - 10\alpha)i_1 - \beta i_2 \\ V_2 = (20-\beta)i_2 + 20\alpha i_1 \end{cases} \Rightarrow h_{12} = \frac{V_1}{V_2}\Big|_{i_1=0} = \frac{-\beta i_2}{(20-\beta)i_2} = \frac{-\beta}{20-\beta} = 2 \rightarrow \beta = 40$$

$$h_{21} = \frac{i_2}{i_1}\Big|_{V_2=0} \rightarrow V_2 = 0 \Rightarrow (20-\beta)i_2 = -20\alpha i_1 \Rightarrow -20i_2 = -20\alpha i_1 \Rightarrow$$

$$\frac{i_2}{i_1} = \alpha = h_{12} = h_{21} = 2$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

۳- قضیه‌ی شبکه‌های معادل تونن، نورتن

کاربرد: در شبکه‌های تغییرپذیر و تغییرناپذیر با زمان

صورت قضیه: هرگاه شبکه‌ی N شامل منابع مستقل و شرایط اولیه در دو سر a و a' خود به باری مستقل با مشخصات بار تونن متصل باشد + بار باید تونن باشد

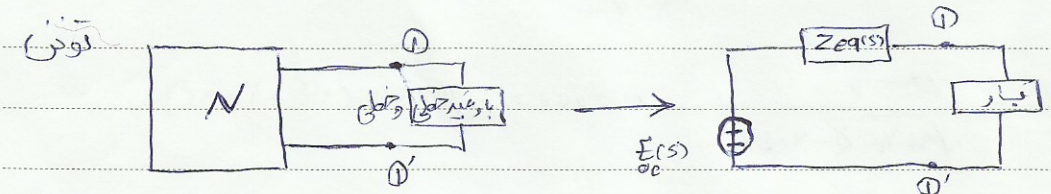
با سایر عناصر شبکه نداشته باشد (ولی می‌تواند غیرخطی باشد) درصورتی که به جای شبکه‌ی N منبع ولتاژی برابر با $E_{oc}(s)$

به صورت سری با امپدانس $Z_{eq}(s)$ قرار دهیم در این صورت جریان و ولتاژ بار تغییری نمی‌کند

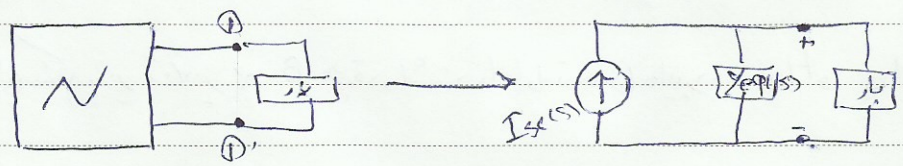
$E_{oc}(s)$ عبارت است ولتاژ مدار باز دو سر a و a' شبکه‌ی N

$Z_{eq}(s)$ عبارت است امپدانس دو سر a و a' درصورتی که منابع مستقل و شرایط اولیه شبکه برابر صفر قرار گیرد

تونن



نورتن



قضیه نورتن: شبکه‌ی خطی داده شده در بالا را در نظر بگیرید درصورتی که به جای شبکه N منبع جریانی برابر $I_{sc}(s)$ به طور موازی

با ادمیتانس $Y_{eq}(s)$ به صورت شکل بالا قرار دهیم جریان و ولتاژ بار تغییر نمی‌کند

$I_{sc}(s)$ عبارت است از جریان اتصال کوتاه در دو سر a و a' شبکه‌ی N ناشی از منابع مستقل و شرایط اولیه

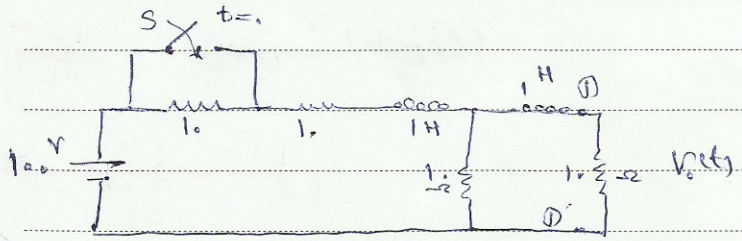
$Y_{eq}(s)$ عبارت است از ادمیتانس دو سر a و a' شبکه N درصورتی که منابع مستقل و شرایط اولیه برابر با صفر در نظر گرفته شده

✓ در شبکه‌ی شکل زیر در $t<0$ به حالت دائمی رسیده است در لحظه‌ی $t=0$ کلید S بسته می‌شود مطلوب است تعیین

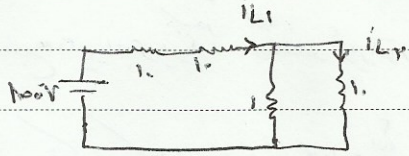
P4PCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

ولتاژ $V(t)$ با استفاده از هنینی تونن



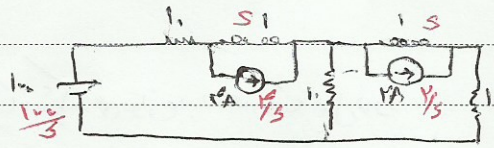
$t<0$ ← کلید باز ← معادل حالت دائمی



$$i_{L_1}(0^-) = \frac{100}{10+10+10\|10} = \frac{100}{25} = 4$$

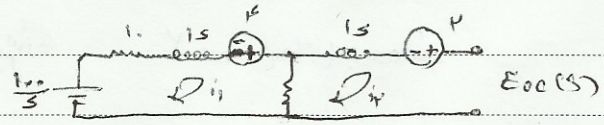
$$i_{L_2}(0^-) = \frac{4}{2} = 2\,A$$

$t>0$ ← کلید S



حوزه فرکانس و موج

$E_{oc}(S)$ محاسبه

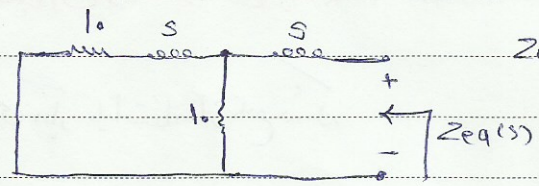


$i_2 = 0$

$$KVL\,① \Rightarrow \frac{-100}{s} + 10i_1 + Si_1 - 4 + 10i_1 = 0 \Rightarrow i_1(S) = \frac{4S+100}{S(S+20)}$$

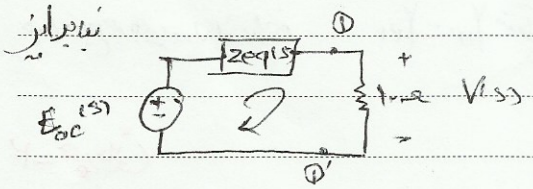
$$KVL\,② \Rightarrow -E_{oc}(S) + 2 + 5i_0 + 10i_1(S) = 0 \longrightarrow E_{oc} = \frac{4S+100}{S(S+20)} + 2 = \frac{2S^2+10S+100}{S(S+20)}$$

$Z_{eq}(S)$ محاسبه



$$Z_{eq}(S) = (S+10)\|10 + S = \frac{S^2+30S+100}{S+20}$$

تبدیلات



$$V(s) = E_{oc}(s) \times \frac{10}{Z_{eq}+10} = 10 \times \frac{2S^2+10S+100}{S(S+10)(S+30)}$$

$$= \frac{K_1}{S} + \frac{K_2}{S+10} + \frac{K_3}{S+30} \longrightarrow \begin{cases} K_1 = \frac{10}{3} \\ K_2 = -20 \\ K_3 = \frac{40}{3} \end{cases}$$

$$\longrightarrow V(t) = \frac{10}{3} - 20e^{-10t} + \frac{40}{3}e^{-30t}, \quad t>0$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

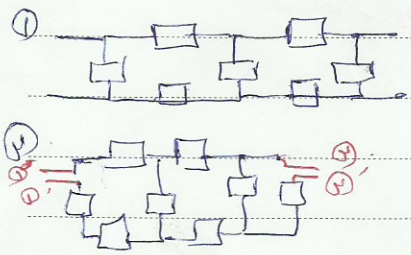
تمرین: حل همین مسأله از طریق توزین

قضیه جمع‌پذیری یا تعامل

کاربرد: در شبکه‌های خطی تغییرناپذیر با زمان بدون منابع تغییرنابذیر یا وابسته و همچنین دیودها و شبکه در حالت هدایت

این قضیه در مورد شبکه‌های چهارسیمه به کار گرفته می‌شود و شبکه‌ای که دارای این خصوصیات باشد شبکه‌ی متعامل نام دارد و با N_R نمایش داده می‌شود

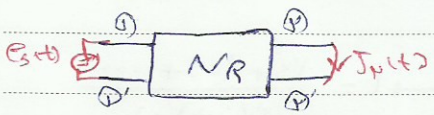
برای به دست آوردن Z از یک شبکه می‌توان به دو صورت عمل نمود



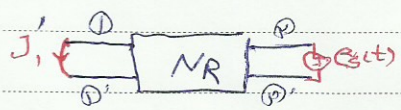
۱- ورودی‌های تعمیم‌نیافته ۲- ورودی‌های بریده شده

بیان‌های مختلف قضیه

۱- ولتاژی



توپولوژی و مقادیر اجزای شبکه N_R به هر صورت که باشد $J_2(t) = J'_{(1)}(t)$ می‌باشد

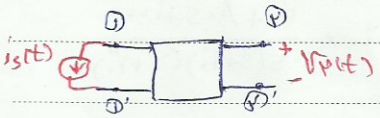


تعبیری دیگر با استفاده از تابع شبکه

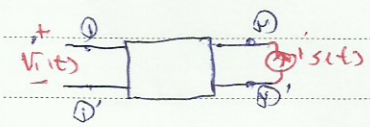
$$Y_{12} = \frac{L[J_1(t)]}{L[e_s(t)]} \qquad Y_{21} = Y_{12} \text{ متعامل} \qquad Y_{21}(s) = \frac{L(J_2(t))}{L(e_s(t))}$$

چون منابع جریان و ولتاژ برابرند

۲- جریانی



توپولوژی و مقادیر اجزای شبکه‌ی N_R به هر صورت که باشد $V_2(t) = V'_1(t)$



تعبیری دیگر

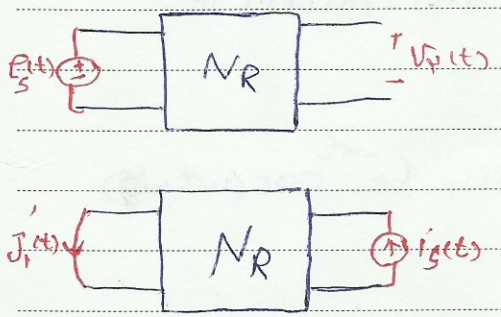
$$Z_{12} = \frac{L(V_1(t))}{L(i_s(t))} \qquad Z_{21}(s) = \frac{L[V_2(t)]}{L[i_s(t)]}$$

چون منابع جریان و ولتاژ برابرند $Z_{12} = Z_{21}$ متعامل

P4PCO

Subject:
Year. Month. Date.

۳- با منابع جولیان و نورتن



توپولوژی و اجزای شبکه‌ی N_R به هر صورت که باشند و

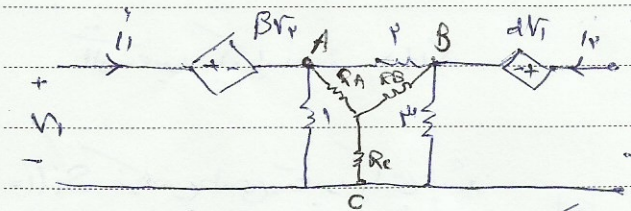
$V_2(t) = J_1'(t)$ معادل نورتن

$i_1(t) = e_s(t)$ معادل تونن

تابع دیگر

$$\begin{cases} H_V(s) = \dfrac{L[V_2(t)]}{L[e_s(t)]} \\ H_I(s) = \dfrac{L[J_1'(t)]}{L[i_s(t)]} \end{cases} \longrightarrow H_I(s) = H_V(s)$$

(۷) در مدار زیر چه رابطه‌ای بین α و β برقرار باشد تا مدار متقابل باشد؟



حل: در این مسائل باید هر ۳ شرط تحقق پیوندی کند کما از کلی استفاده می‌کنیم

$Z_{12} = Z_{21}$ -1

$Y_{12} = Y_{21}$ -2 (با استفاده از روابط) تبدیل ستاره مثلث

$H_I(s) = H_V(s)$ -3

$$R_A = \frac{2\times 1}{2+3+1} = \frac{2}{6} \qquad R_B = \frac{2\times 2}{2+3+1} = \frac{4}{6} \qquad R_C = \frac{3\times 1}{2+3+1} = \frac{3}{6}$$

روش دوم $V_A = V_B$ را ساعت کرده و در گاط A و B می‌نویسیم KCL ...

$$\begin{cases} V_A = V_1 - \beta V_2 \\ V_B = V_2 - \alpha V_1 \end{cases}$$

جواب آخر $\alpha = 1/8\beta$

فرکانس طبیعی

در حالت کلی فرکانس طبیعی به ازای پاسخ ورودی صفر تعیین می‌گردد

در مدار RLC (سری یا موازی) داشتیم $x(t)$: پاسخ

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\alpha\frac{dx}{dt} + \omega^2 x$$

$\omega^2 = \dfrac{1}{LC}$

RLC سری $\alpha = \dfrac{R}{2L}$

RLC موازی $\alpha = \dfrac{1}{2RC}$

معادله‌ی مشخصه $s^2 + 2\alpha s + \omega^2 = 0$

$s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega^2}$ → دو ریشه حقیقی یا مختلط → حالت میرای گذرا $x(t) = k_1 e^{s_1 t} + k_2 e^{s_2 t}$

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$\alpha = \omega_0 \longrightarrow$ حالت میرای بحرانی

ریشه مضاعف $\quad x(t) = k_1 e^{-\alpha t} + k_2 t e^{-\alpha t} \longrightarrow x(t) = (k_1 + k_2 t) e^{-\alpha t}$

$\alpha < \omega_0 \longrightarrow$ حالت میرای ضعیف

دو ریشه مختلط مزدوج $\quad x(t) = k_1 e^{s_1 t} + k_2 e^{s_2 t} \longrightarrow x(t) = k e^{-\alpha t} \cos(\omega t + \phi)$

$\alpha = 0 \longrightarrow$ حالت بی‌اتلاف

$s_{1,2} = \pm j\omega_0 \quad (\alpha = 0) \longrightarrow x(t) = k e^{-\alpha t} \cos(\omega_0 t + \phi) \rightarrow x(t) = k \cos(\omega_0 t + \phi)$

متغیر شبکه: در حالت کلی متغیرهای شبکه عبارت اند از

① ولتاژ شاخه‌ها ② ولتاژ یک نقطه‌ی گره نسبت به مبناء ③ جریان یک شاخه ④ جریان یک حلقه

$x(t)$: آن متغیر شبکه باشد $\quad Q(D) \cdot x(t) = 0$

فرکانس طبیعی متغیر شبکه‌ی $x(t)$ باشد $s_i \; (i = 1, \ldots, m)$

معادلات مشخصه $\quad a_0 s^m + a_1 s^{m-1} + \cdots + a_m = 0$

$\longrightarrow x(t) = k_1 e^{s_1 t} + k_2 e^{s_2 t} + \cdots + k_m e^{s_m t}$

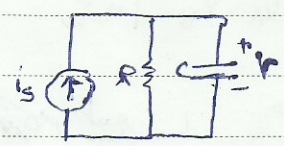
s_i در حالت کلی به توپولوژی مدار و مقادیر اجزای مدار بستگی دارد

k_i - - - - - - - - و شرایط اولیه مدار بستگی دارد

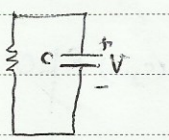
روش دوم: فرکانس طبیعی

برای تعیین

① در مدار زیر فرکانس طبیعی ولتاژ V را به دست آورید



منابع جریان را صفر می‌کنیم (فرکانس طبیعی به ازای پاسخ ورودی صفر تعیین می‌گردد)



$\text{KCL}: i_C + i_R = 0 \longrightarrow C\frac{dv}{dt} + \frac{V}{R} = 0 \quad , \quad Cs + \frac{1}{R} \rightarrow s = \frac{-1}{RC}$

فرکانس طبیعی ولتاژ V

P4PCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

با استفاده از تبدیل لاپلاس (حل مسئله ی قبل)

$$ic + iR = 0 \longrightarrow C\frac{dv}{dt} + \frac{v}{R} = 0 \qquad \text{لاپلاس} \Rightarrow CsV(s) - CV(0) + \frac{1}{R}V(s) = 0$$

$$\rightarrow \left(Cs + \frac{1}{R}\right)V(s) = CV(0) \Rightarrow V(s) = \frac{CV(0)}{Cs + 1/R} \rightarrow Cs + \frac{1}{R} = 0 \longrightarrow s = \frac{-1}{RC}$$

* مزیت تبدیل لاپلاس متغیر شبکه ما را به فرکانس طبیعی می رساند

متغیر شبکه

به طور کلی

$$X(s) = L(x(\ )) = \frac{P(s)}{Q(s)} \qquad Q(s) = s_0 s_1 s_2 \dots s_m$$

$$X(s) = \frac{k_1}{s-s_1} + \frac{k_2}{s-s_2} + \dots + \frac{k_m}{s-s_m}$$

$$X(t) = k_1 e^{s_1 t} + k_2 e^{s_2 t} + \dots + k_m e^{s_m t} \qquad X(s) = \sum_{j=1}^{m} \frac{k_j}{s-s_j}$$

$$X(t) = \sum_{j=1}^{m} k_j e^{s_j t}$$

ریشه های مخرج $X(s)$ همان فرکانس طبیعی $X(t)$ هستند

دیاگرام به طور کلی مخرج تبدیل لاپلاس یا صفر ورودی صفر شبکه، فرکانس طبیعی آن متغیر شبکه را می دهد

حالت خاص

در موقع امکان داریم فرکانس طبیعی $s=0$ در مورد یک متغیر شبکه برخورد کنیم

1. هرگاه متغیر شبکه ی مورد نظر جریان یک سلف باشد و این سلف در حلقه ای که فقط از تعدادی سلف تشکیل شده

مشترک داده باشد - چون عناصر ایده آل فرض می شوند امکان دارد جریان ثابت I_0 در آن سلف جاری باشد یعنی

$s=0$ فرکانس طبیعی جریان آن سلف است حال آنکه $V_L = L\frac{di(t)}{dt}$ پرایر با صفر است و $s=0$ فرکانس طبیعی

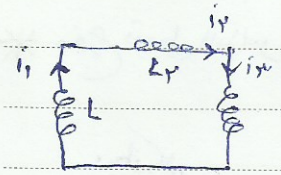
ولتاژ آن نخواهد بود ولی فرکانس طبیعی جریان می باشد

2. دومین مورد اول است، اگر متغیر شبکه مورد نظر ولتاژ خازن باشد و این خازن در حلقه ای که فقط از تعدادی خازن

Subject:
Year. Month. Date. ( )

تکلیف — حدوث عنا صبر ایده آل — اسکان زاد ولتاژ خازن V_0 در دو سر خازن باقی بماند و

یعنی $S=0$ فرکانس طبیعی ولتاژ آن خازن است حال آنکه $i_c = C\frac{dv_c}{dt}$ برابر با صفر است و $S=0$ فرکانس طبیعی جریان آن خازن خواهد بود



$$V_L = L\frac{dI_0}{dt} \qquad S(L_1+L_2+L_3)I(s)$$

$$= L_1 i_1(s) + L_2 i_2(s) + L_3 i_3(s) \longrightarrow I(s) = \frac{L_1 i_1(0^-) + L_2 i_2(0^-) + L_3 i_3(0^-)}{S(L_1+L_2+L_3)} = \frac{I_0}{S}$$

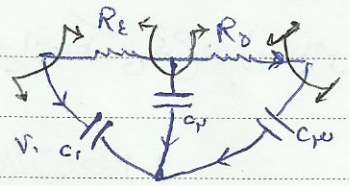
$S=0$ فرکانس طبیعی جریان است و $S=0$ فرکانس طبیعی ولتاژ سلف نیست

ابتدای حل اول

$$KVL: \quad V_{L_1} + V_{L_2} + V_{L_3} = 0 \longrightarrow L_1\frac{di_1}{dt} + L_2\frac{di_2}{dt} + L_3\frac{di_3}{dt} = 0$$

مدار بعد از حل اول

$$\longrightarrow L_1(SI_1(s) - i_1(0^-)) + L_2(SI_2(s) - i_2(0^-)) + L_3(SI_3 + i_3(0^-)) = 0 \longrightarrow i_1 = i_2 = i_3 = I(s)$$



$C_1 = 1F \quad C_2 = 2F \quad C_3 = 3F \quad R_4 = 1 \quad R_5 = \frac{1}{2}$

$Y.e = i$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_4} + C_1 D & -\frac{1}{R_4} & 0 \\ -\frac{1}{R_4} & \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + C_2 D & -\frac{1}{R_5} \\ 0 & -\frac{1}{R_5} & \frac{1}{R_5} + C_3 D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\longrightarrow$

P4PCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

جمع بندی یا نتیجه گیری

در حالت کلی فرکانس طبیعی ولتاژ یک شاخه یا فرکانس طبیعی جریان آن شاخه برابر است چون در مورد عناصر آن مدار رابطه‌ی ولتاژ و جریان به صورت مستقل و انتگرال است و این دو تعدیلی در فرکانس طبیعی نمی دهند

توجه داشت

مثال: هرگاه فرکانس طبیعی جریان یک شاخه مدنظر باشد و تشخیص دهیم فرکانس طبیعی ولتاژ آن نیز به دست می آید یا توجه به مثال معلوم شده فرکانس طبیعی ولتاژ شاخه را به دست می آوریم که همان فرکانس طبیعی جریان شاخه است فقط در اینجا توجه می کنیم اگر شاخه مربوط به سلف است یا در حلقه‌ی سلفی شرکت دارد یا خیر، اگر شرکت داشت $S=0$ به فرکانس طبیعی جریان آن شاخه اضافه می کرد

دوران این مطلب خیلی صادق است

تعیین فرکانس طبیعی یک شبکه

منظور از فرکانس های طبیعی یک شبکه، فرکانس طبیعی ای می باشد که برای متغیرهای شبکه دارای باشد

برای این منظور کلی از درختان های ماتریس های جاری شبکه را به دست می آوریم و برابر با صفر قرار می دهیم یعنی $\Delta Y=0$ (درختان) و $\Delta Z_m=0$ و $\Delta Z_L=0$ و $\Delta Y_{gs}=0$ کن دست اساسی فقط در اینها توجه می کنیم اگر حلقه‌ی سلفی یا کات ست خازنی داریم و $S=0$ در فرکانس های طبیعی به دست آمده ظاهر نشده بود خودمان $S=0$ جزو

فرکانس های طبیعی متغیر شبکه در نظر می گیریم

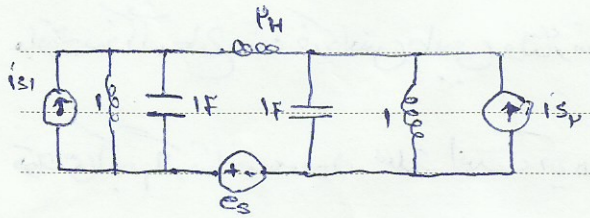
صفحه بعد

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$[Y_{(n)}^{s}] = [E(s)] = [a]$$

$$E_1(s) = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & \cdots \\ a_2 & \cdots \end{vmatrix}}{|\det Y_n(s)|} \rightarrow \det Y_n(s) = 0 \qquad E_2(s) = \frac{\begin{vmatrix} \cdots & a_1 \\ \cdots & a_2 \end{vmatrix}}{|\det Y_n(s)|} \rightarrow \det Y_m(s) = 0$$

✓ فرکانس طبیعی



نکته: اگر دو حلقه‌ی سلفی داشتیم $S=0$ یک ریشه‌ی مضاعف بود و جزء فرکانس‌های طبیعی

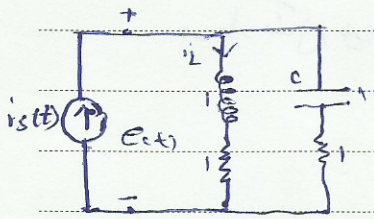
نکته: " یک " " و یک کاتست حازنی داشتیم $S=\infty$ " " " " "

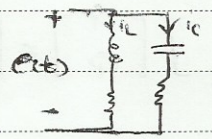
قضیه: هر قطب تابع شبکه یک فرکانس طبیعی متغیر شبکه‌ی متناظر است. هر فرکانس طبیعی متغیر شبکه امکان دارد قطب تابع شبکه‌ی متناظر نباشد بنابراین نمی‌توان از تابع شبکه برای تعیین فرکانس طبیعی استفاده کرد امکان دارد در هایت‌های خاص با هم برابر شوند ولی در حالت کلی صادق نیست

✓ در شبکه‌ی زیر الف) فرکانس‌های طبیعی $e_{(t)}$ را به دست آورید ب) تابع شبکه‌ی $\frac{I(s)}{E(s)}$ را به دست آورید و قطب‌های آن را با فرکانس‌های طبیعی $e(t)$ مقایسه کنید

Subject:
Year. Month. Date. ( )

الف) فرکانس طبیعی به ازای پاسخ ورودی صفر به دست می آید





$$e(t) = L\frac{di_L}{dt} + i_L$$

$$E(s) = sI_L(s) - i_L(0^-) + I_L(s) \qquad E(s) = (s+1)I_L(s) - i_L(0^-) \quad (A)$$

$$KVL: \frac{di_L}{dt} + i_L - i_C + V_C(0^-) - \int_0^t i_C dt \longrightarrow sI_L(s) - i_L(0^-) + I_L(s) - I_C(s) - \frac{V_C(0^-)}{s} - \frac{1}{s}I_C(s) = 0$$

$I_C(s) = -I_L(s)$ داریم $\qquad -I_L(s) \qquad -I_L(s)$

$$\Rightarrow I_L(s) = \frac{V_C(0^-) + sI_L(0^-)}{s^2+s+1} \quad (B)$$

(B) و (A) $\quad E(s) = \dfrac{V_C(0^-) - i_L(0^-)}{s+1}$ $\qquad E(s)$ فرکانس طبیعی نیست $s=-1$

ب)

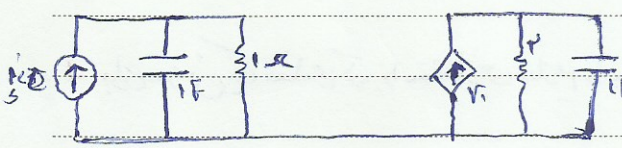
تابع شبکه $\quad H(s) = \dfrac{E(s)}{I(s)} = Z_{in}(s)$

$$Z_{in}(s) = (s+1) \,||\, (1/s+1) \qquad Z_{in}(s) = \frac{(s+1)(1/s+1)}{\frac{1}{s}+1+s+1} = 1$$

تابع شبکه مقاومتی دارد $\qquad$ لذا در حالت کلی نمی توان از تابع شبکه برای تعیین فرکانس طبیعی استفاده کرد

✓ الف) فرکانس طبیعی متغیر V_2 در مدار زیر به دست آورید

ب) شرایط اولیه V_1 و V_2 را به نحوی حساب کنید که فرکانس طبیعی نیست V_2



$s=-1$ در صورتی $V_2(t)$ ظاهر نشود

$$\begin{bmatrix} 1+D & 0 \\ -1 & \frac{1}{2}+D \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1+s & 0 \\ -1 & 1/2+s \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1(0^-) \\ V_2(0^-) \end{bmatrix}$$

$$V_1(s) = \frac{(\frac{1}{2}+s)(V_1(0^-))}{(1+s)(1/2+s)} \longrightarrow s=-1$$

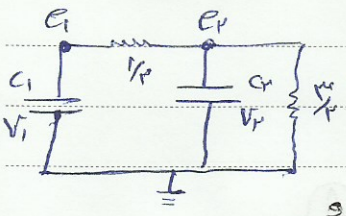
ب) در طرف سوال باید $1+s$ در مخرج حذف کرده و $(s=-1)$ ظاهر نشود

$$V_2(s) = \frac{(1+s)V_2(0^-) + V_1(0^-)}{(1+s)(1/2+s)}$$

لذا: $\begin{cases} V_2(0^-) = 1 \\ V_1(0^-) = 0 \end{cases} \Rightarrow$ حذف می شود $1+s$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

در مدار شکل زیر شرایط اولیه را طوری انتخاب کنید که کوچک‌ترین فرکانس طبیعی برای خروجی e_2 حذف گردد



$$\begin{bmatrix} \frac{D}{4}+2 & -2 \\ -2 & 2+D+\frac{2}{3} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{s}{4}+2 & -2 \\ -2 & 2+s+\frac{2}{3} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} E_1(s) \\ E_2(s) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{e_1(0)}{4} \\ e_2(0^-) \end{bmatrix}$$

$$\det Y(s)=0 \Rightarrow \frac{s^2}{4}+(2/3+2)s+\frac{12}{3}-4=0 \longrightarrow \begin{cases} s_1=-1 \\ s_2=-3 \end{cases}$$

$$E_2(s)=\frac{e_2(0^-)s+2e_2(0^-)+1/2e_1(0^-)}{s^2+4s+3}=\frac{A}{s+3}+\frac{B}{s+1}$$

شرایط اولیه حاصل می‌گردد $\Rightarrow B=0$ ← $s=-1$ حذف گردد

شرایط اولیه حاصل می‌گردد $A=0$

$s=-3$ کوچکترین عدد طبیعی

خاصیت دوگانی (مزدوج بودن): هر مداری دوگانی دارد. دوگان شاخه‌های سری، شاخه‌های موازی می‌شود و بالعکس

همچنین داریم: ←

شبکه ۲		شبکه ۱
C	↔	L
L	↔	C
G	↔	R
I	↔	E منبع ولتاژ
E	↔	I منبع جریان
گره	↔	مش
ولتاژ V	↔	آمپر
شار	↔	بار Q

طریقه‌ی رسم دوگان

۱. برای هر مش یک نقطه‌ی گره را متناظر می‌سازیم و برای مش بیرونی گره‌ی مجازا در نظر می‌گیریم

۲. با توجه به عنصری که مابین هر دو مش قرار دارد، دوگان آن را مابین دو گره قراری دهیم

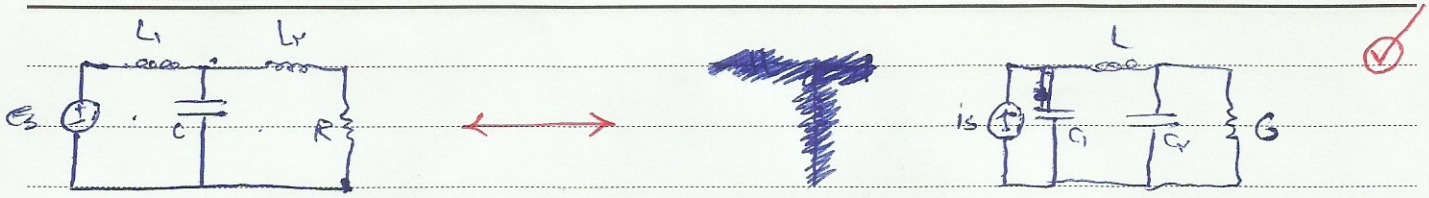
نکته مهم این است که دوگان شاخه‌ی سری شاخه‌ی موازی می‌گردد

سوال: آیا همه‌ی شبکه‌ها دوگان دارند؟ بلی از نظر معماری همه‌ی شبکه‌ها دوگان دارند فقط سلف‌های تزویج شده دوگان ندارند

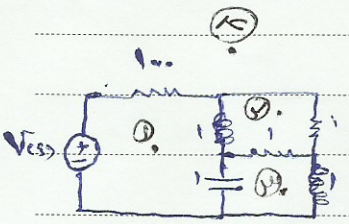
چون در عمل خازن تزویج شده نداریم

P4PCO

Subject :
Year . Month . Date . ( )

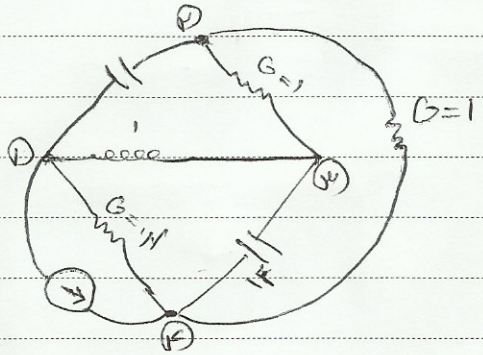


$$\begin{bmatrix} j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C} & \frac{1}{j\omega C} \\ \frac{-1}{j\omega C} & R + j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_s \\ 0 \end{bmatrix} \quad * \quad \begin{bmatrix} j\omega C_1 + \frac{1}{j\omega L_1} & \frac{-1}{j\omega L_1} \\ \frac{-1}{j\omega L_1} & j\omega C_2 + G + \frac{1}{j\omega L_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$



تست ارشد بوکان مدار زیر کدام است

صفر عنصر ← یک کرد



درصورت سوال سلف‌ها درهیچ گره‌ای به هم وصل نیستند بنابراین در مدار بوکان خازن‌ها باید حلقه‌ای تشکیل دهند